科學教育研究與發展季刊 Research and Development in Science Education qualterly
2011，第六十三期，99-130頁 2011, No.63, 99-130

幼兒教師對十以內的合成與分解的教學示例表徵與概念理解之研究

陳彥廷[1] 王瑞壎[2]

[1]國家教育研究院課程及教學研究中心
[2]國立嘉義大學教育行政與政策發展研究所
clief000@ms34.hinet.net

(投稿日期：2011.8.26；修正日期：2011.10.24；接受日期：2011.11.8)

摘 要

本研究旨在引導36位幼兒教師提出「十以內的合成與分解」概念之教學示例，以探究幼兒教師所提出之教學示例的特性及他們對此概念的理解。收集的資料包括問卷填答內容與晤談之語料。研究結果發現，幼兒教師所提的教學示例以具有「具體」特性的數量最多，其次依序為「半具體」及「抽象」特性之教學示例；訪談發現幼兒教師透過教學示例提出，能促進其對概念的釐清與理解，同時影響其教學示例提出的因素多源於教師的專業知識與經驗。最後，本文提出未來研究及幼兒師資培育之建議，以作為後續研究與實務之參考。

關鍵字：合成與分解、表徵、教學示例

壹、前言

過去，已有一些研究(例如：Baroody, 2000; Baroody, Lai, & Mix, 2006; Carpenter, 1985; Clements & Sarama, 2007; Fuson, 1992; Ginsburg, Klein, & Starkey, 1998)證實，幼兒早在進入小學前，就能在生活環境中接觸到許多與數學相關的事物，從而發展出豐富的非正式數學(informal mathematics)經驗。Ginsburg (2006)指出，非正式數學是指兒童在未進入正式學校教育前，由生活中發展出來的豐富、自發、與情境有關、潛在、且不自覺的數學知識。再者，美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics International [NCTM], 2000)指出，學前階段是許多數學知識萌芽發展的時期，也是幼兒從非正式數學轉換進入正式數學的重要階段(Baroody et al., 2006)。相關研究(例如：Griffin, 2004; Munn,1994)也認為，孩童學前的數學經驗對其正式進入小學後某些數學技巧的學習很重要，若能擁有良好的數學經驗，將能避免在進入小學後產生數學學習困難。因此，NCTM (2000)將幼兒園階段的課程納入數學教育的原則與標準《Principles and Standards for School Mathematics》中，並且與美國幼兒教育協會(National Association for the Education of Young Children [NAEYC], 2002)共同提出聯合聲明，主張學前機構應提供學前孩童有品質、具挑戰性且易於學習的數學經驗，奠定未來數學學習的重要基礎。由此可見，在幼兒園階段為幼兒設計良好的數學學習情境，提供幼兒非正式數學的經驗具可行性，也具重要性。

另外，相關學者(Guskey, 2000; Kirkpatrick, 1998)指出，在教育改革歷程中，教師扮演舉足輕重的角色，影響教學成效。其中，教師專業知識即為關鍵因素之一。Clark 與 Peterson (1986)的研究也認為，教師的專業知識會影響其教學行為的結果，進而影響學生的學習成果。可見，探究教師的專業知識亦是面對教育改革潮流中不可或缺的研究方向。其中，關於教師專業知識，便以 Shulman 為重要人物之一。Shulman (1986)提出，教師的專業知識應包括學科知識(subject matter knowledge)、學科教學知識(pedagogical content knowledge)以及課程知識(curriculum knowledge)等三個類別。學科知識的重要性可見一斑。

綜上所述，研究者認為，探究幼兒教師對幼兒園涉及的數學概念之理解，應有其必要性。因為，幼兒教師對於數學概念的理解，將影響其教學內容，進而影響學生學習。那麼，我們該探究幼兒教師的什麼數學概念呢？Baroody (1987)

指出，在數學方面學習有困難的兒童，最常見及最嚴重的問題，即是缺乏數的合成知識。可見，「數的合成與分解」概念在幼兒園階段具有其重要性。

此外，在數學教學過程中，教師所舉的教學示例扮演重要的角色。許多學者(Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson, & Zaslavsky, 2006; Leinhardt, 2001)指出，教學示例的使用，是數學學習中不可或缺的一部分。且各種類型的教學示例是教師與學生間闡釋與傳達概念的方式。透過教學示例的介紹與解釋，可提供學生在複雜的作業中論證，在概念發展中指出關係以及解釋與證明，進而洞察數學的本質(Bruner, Goodnow & Austin, 1956, Tall & Vinner 1981, Peled & Zaslavsky 1997)。因此，教師在數學教學過程中，植基於其自身經驗而舉的教學示例，將會影響學生對概念的理解，足見教學示例對數學教學具影響地位。

基於上述想法，本研究期望能瞭解當前幼兒教師對「合成與分解」概念的理解以及他們在提出此概念之教學示例時，所舉教學示例的特性。此為研究之目的。據此，茲提出主要研究問題如下：

(一)幼兒教師對「十以內的合成與分解」概念內涵的理解情形為何？

(二)幼兒教師對「十以內的合成與分解」所提之教學示例特性為何？

貳、文獻探討

基於上述研究目的，本節首先提出「十以內的合成與分解」概念的重要性與內涵，以提供本文藉此分析幼兒教師對此概念的理解；其次，闡釋教學示例表徵重要性及意涵與表徵，以建置解析幼兒教師所提「十以內的合成與分解」教學示例的架構；最後，論述關於幼兒教師數學專業發展的相關研究，以彰顯本研究之重要性，作為本研究立論基礎。

一、十以內的合成與分解概念的重要性與內涵

NCTM (2000)在《學校數學課程標準》關於數與運算領域的內容指出，Pre-K至二年級階段的孩童應具備的三種能力之一即為「理解整數運算的意義以及數字間彼此的關係」。而欲達成此能力，則應理解「整數在加法與減法運算中的意義與關係」、「整數加法與減法的效果」以及「任意兩整數可相加成一個整數，此一整數也可分成不同的兩個數的組合」等三項內涵。其中，第三項內涵(任

意兩整數可相加成一個整數，此一整數也可分成不同的兩個數的組合)即說明數的合成與分解對於Pre-K至二年級階段的孩童是學習數與運算重要的能力之一。而近年來，已有許多研究(例如：Canobi, 2004; McCrink & Wynn, 2004)運用上述相關數學能力對學童進行檢視。研究發現，兒童會依他們自行建構的想法解題，但不完整。由此更可見數的合成與分解對於學前與小學低年級階段孩童的重要性。

那麼，什麼是數的合成與分解？陳英娥(2004)對此提出：合成是指兩個數量可以結合成為一個新的數量(如 2 個和 5 個合起來是 7 個)；相反的，透過逆向分解運作，將一個數量分離出部分數量，而形成一個新的數量(如 7 個移走 2 個是 5 個)，即為分解。而林嘉綏與李丹玲(1999)也指出，數的組成是幼兒階段關於 10 以內的數的一個重要且較困難的內容。其內涵包括：(一)理解數組成的涵義：知道 2 以上的各個數，都可以分成兩個數，而兩個數合起來，就是原來的數；(二)懂得一個數和它分出的兩個數之間的關係，即一個數比它分成的兩個數都大，分成的兩個數都比原來的數小；(三)瞭解分成的兩個數之間的互補關係(例如：對於 10 來說，1 和 9、2 和 8 都具有互補的關係)和互換關係(例如：10＝1+9＝9+1)，並掌握 10 以內各數的全部組成形式。由此看來，我們可以將「數的合成與分解」的概念內涵以下圖 1(中間虛線部分)呈現。

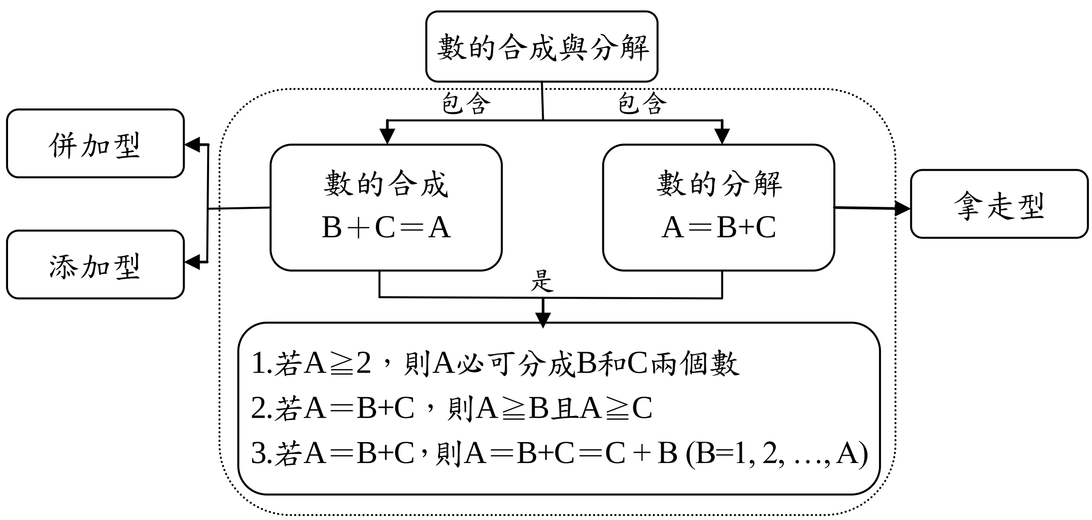

圖 1　數的合成與分解概念內涵與問題類型

而江世真、王蘇澧、王韶慈與郭俊麟(2008)提出，關於數的合成問題，可以分為「併加型」(例如：第二組有6個小朋友，第五組有4個小朋友，兩組合起來一共有幾個小朋友？)與「添加型」(例如：弟弟有7枝鉛筆，媽媽再給他3枝鉛筆，弟弟現在有幾枝鉛筆？)兩類型；而數的分解問題，則有「拿走型」類型(例如：姊姊有7張貼紙，送給妹妹3張，姊姊還有幾張貼紙？) (如圖1所示)。

基於陳英娥(2004)、林嘉綏與李丹玲(1999)以及江世真等(2008)的觀點，本研究將依圖1之內涵檢視幼兒教師對於數的合成與分解概念的理解情形。其中，將數的合成與分解概念內涵分為「數的組成」、「組成數的關係」與「組成數的互補與互換」三個成分，其成分之定義與舉例如表1所示。而透過江世真等(2008)的觀點，本研究將分析幼兒教師對於數的合成與分解提出教學示例時，其示例之類型。

表 1　數的合成與分解概念成分之定義與舉例

數的合成與分解成分			舉隅說明
編號	名稱	內涵	
1	數的組成	理解數組成的涵義，知道 2 以上各數都可以分成兩個數，兩個數合起來就是原來的數	1＋3＝4⇔4＝1＋3
2	組成數的關係	懂得一個數和它分出的兩個數之間的關係，即一個數比它分成的兩個數都大，分成的兩個數都比原來的數小	1＋3＝4⇒4＞1，4＞3
3	組成數的互補與互換	瞭解分成的兩個數之間的互補和互換關係，並掌握 10 以內各數的全部組成形式	4＝1＋3＝2＋2＝3＋1 共 3 種組合

然而，對於幼兒園的孩童來說，他們進行數的合成與分解概念學習時，應涉及多大的數量呢？Baroody 與 Wilkins (1999)的研究指出，中班的幼兒在沒有教師直接教導的情形下，可以數5個以下的物品。Huttenlocher、Jordan 與 Levine (1994)的研究也發現，上小學之前，幼兒能解決包含4以上，10以下的簡單加減法問題。而我國九年一貫課程綱要數學領域能力指標也指出，一、二年級的學童應能學習數量不宜過大，但不限於一位數的加減法問題(教育部，2008)。由此看來，將幼兒園孩童所學習之數的合成與分解概念的範圍界定在10以內的數，應是可行且合宜的。

二、教學示例表徵的重要性與意涵

Bills等人(2006)提到，由過去的歷史顯示，示例在數學教學與數學概念發展中扮演重要的角色。陳嘉皇(2005)提到，示例對於新概念的呈現與詮釋是重要的。而且，在數學問題解決過程中的各種非結構性解釋(instructional explanation)具重要的關鍵特性(Leinhardt, 2001)。而許多學者(Davis, 1984; Feynman, 1985; Pólya, 1945)認為，教學示例對於數學概念的理解與認識以及數學解題能力的培養具有重要的影響。而Courant (1981)指出，當一位數學學習者遇到一個不容易立即理解的敘述時，最自然的方式，就是建構或提出一個示例，透過熟悉的特殊經驗來理解一般化的情形。Davis與Hersh (1981)也提到，當數學學習者學習新的數學概念時，通常會運用示例去覺察數學概念的通則。可見，教學示例對學習者來說，是一種協助理解數學概念的探測介質(probed)，是促進覺察、理解數學概念一般化的媒介。上述想法，呼應了Watson與Mason (2002)的觀點：教學示例是數學概念一般化過程中所使用的任何物件。因此，研究者認為，教師是否能針對數學概念提出涵蓋概念特性的教學示例，以充分詮釋概念，將會影響學生的數學學習。

此外，相關研究(例如：Ball, 1990, 1992; Nemirovsky, Noble, & Wright, 1999)指出，在數學學習過程中，概念理解雖然是存在個體內部的一種內在表徵，但它卻存在於物理材料、教室的活動及日常生活中。因此，我們必須思考該如何透過外在表徵的形式來協助學生內在表徵的建構。而 Ainsworth (1999)也表示，教師若能以多元的表徵方式去呈現、詮釋概念，對學生的學習會有互補的功能。因為，不同的表徵方式能互補單一表徵所能提供的資訊，避免一種表徵無法表

示所有訊息的缺憾。左台益與蔡志仁(2001)的研究呼應上述看法，其指出單一表徵常常只能強調一個概念的某些部分，無法完全顯現此概念的結構，多重表徵卻能運用不同表徵的形式去呈現相同的概念。由此看來，教師若能以不同表徵方式去詮釋相同的概念，將能促進學生對數學概念的理解。

那麼，教師針對數學概念所提出的教學示例表徵類型會有那些呢？從兒童的認知觀點來看，Brunner (1966)提出了表徵系統論。他將學童的認知發展分成三個階段，分別為動作表徵期(enactive representation)、圖像表徵期(iconic representation)與符號表徵期(symbolic representation)。由此觀點來看，兒童獲得知識的方式是由具體到抽象的過程。其中，動作表徵屬於具體的情境，圖像表徵屬於半具體的情境，而符號表徵則屬於抽象的情境。本研究所欲探討的對象與內容，是幼兒園教師對於數的合成與分解概念所提出教學示例的特性，恰好是 Bruner 認知發展表徵特性的第二階段過渡至第三階段的時期。因此，本研究將以此觀點解讀幼兒教師對十以內數的合成與分解概念所提的教學示例的表徵類型。

三、幼兒教師數學專業發展相關研究

近年來，國內外均有研究(例如：谷瑞勉，2001；徐映慈，2008；陳彥廷，2010；陳燦豐，2004；張純子，2010；傅清雪，2010；蘇育令、陳彥璇，2008；Butler, Lauscher, & Jarvis-Selinger, 2004)針對幼兒教師的專業發展進行探究。這些研究多聚焦在幼兒教師全面性各項專業能力養成的過程(例如：谷瑞勉，2001；張純子，2010；蘇育令、陳彥璇，2008；Butler et al., 2004)；而鎖定某種能力(例如：提問策略、網路態度與效能)的研究(例如：徐映慈，2008；陳彥廷，2010；陳燦豐，2004；傅清雪，2010)，則較為少見；此外，以數學教學為焦點的相關研究(例如：陳燦豐，2004)更是少見。但是，Baroody 等 (2006)引述美國數學教師協會(NCTM)卻指出，學前階段是幼兒許多數學知識萌芽發展的時期，也是幼兒從非正式數學轉換進入正式數學的重要階段。因此，幼兒教師能否具備關於數學教學的相關知識便形重要。是故，本文嘗試探討幼兒教師對數學概念理解與其教學示例提出，應能提供幼兒師資培育者養成幼兒教師數學能力內涵與途徑之參考，具其重要性。

參、研究方法與歷程

本研究以 36 位就讀於研究者任教學校之幼兒園在職進修教師為對象，透過問卷調查並輔以晤談的方式瞭解他們對十以內的合成與分解概念的理解情形，及他們所提之教學示例特質，屬立意取樣。

一、研究設計與流程

(一)研究設計

研究者首先針對十以內的合成與分解概念進行分析(詳見文獻探討)，定義出數的合成與分解概念的成分(詳見表 1)，而後，設計兼具引導與整合教師對十以內的合成與分解的問卷，接續再建構晤談的半結構式訪談大綱，最後，則依據教師的問卷填寫內容及晤談語料進行分析。

(二)問卷與訪談大綱設計

1.問卷設計

為達本研究之目的，研究者自行編製兼具引導與整合的問卷，讓教師能夠充分呈現其內心關於十以內的合成與分解概念及教學示例的想法。問卷的編製理念為「闡釋說明→引導教學示例提出→整合思考」。首先，研究者請教師先行寫下對十以內的合成與分解概念的認識，並進行說明，此為「闡釋說明」；接續，運用「引導」的方式讓教師逐步寫下他所所想到關於十以內的合成與分解的教學示例；最後，再讓教師重新回顧自己所提之教學示例，透過教學示例中關於十以內的合成與分解概念成分的「整合」，協助其重新省思對概念的理解。問卷內容如表 2 所示：

表 2　十以內的合成與分解問卷內容

題號	問　　題	背後想法	答案欄
一-1	你認為幼兒園中幼兒所要學習的「十以內的合成與分解」概念指的是什麼意思？請把你的想法寫下來。	問題	
二-1	如果要請你舉一個例子來解釋「十以內的合成與分解」概念，你會舉甚麼例子呢？	引導舉一例	
二-2	請再多舉一些例子(愈多愈好)，來解釋「十以內的合成與分解」概念。	引導舉多例	
二-3	無論你在前面的小題舉出什麼例子，你還能舉出其他不同類型的例子來說明「十以內的合成與分解」這個概念嗎？	引導舉不同例	
二-4	加油！繼續努力！請你再盡力舉出各種類型的例子來說明「十以內的合成與分解」概念，直到你舉不出新的類型為止。	窮盡教師的想法	
【現在，請你開始整理各種你所舉的例子！】			
二-5	請你檢查你所舉的各種類型例子。請你分辨這些例子有什麼共通的特性？	分辨	
一-2	請你重新思考「十以內的合成與分解」概念，你認為該如何詮釋「十以內的合成與分解」概念才算完整呢？	整合思考	

而本研究設計問卷的理由，除了要瞭解幼兒教師對此概念內涵的理解情形與分析他們教學示例提出的特性之外，也希望藉由提供教師透過窮盡提出教學示例的過程，進行反思與彙整想法，以釐清自身對此概念的認識。然而，在他們填寫的過程中，是不可使用立可白或修正液塗改，此目的在於掌握教師真實素樸的想法。

透過36位幼兒教師對上述問卷的填答，研究者預期可梳理(1)幼兒教師對「十以內合成與分解」概念的理解情形(題號一-1、一-2、二-5)；及(2)對「十以內的合成與分解」概念所提教學示例的特質(題號二-1、二-2、二-3、二-4)。

2.訪談大綱

當 36 位幼兒教師完成問卷填寫後，研究者先針對每位幼兒教師的回答內容進行閱讀，找出其中待釐清之處，接續再針對欲釐清的地方進行個別晤談。綜

合晤談內容，本研究之訪談大綱如下：

(1) 請您重新說明什麼是十以內的合成與分解。
(2) 請您解釋這個(指問卷中的內容)的意思是什麼？為何如此想？
(3) 請您重新閱讀您在問卷中所提的例子，您認為您所舉的例子有什麼特性？為什麼？
(4) 您這裡的書寫內容，我不是很清楚，可以補充說明一下嗎？您可以再多說一些嗎？

二、研究對象

參與本研究的36位幼兒教師是研究者任教學校在職進修二技部的幼兒園教師(背景資料詳見表 3)。表 3 所指的服務單位類型中，幼兒園指的是公私立幼稚園或托兒所，安親班指的是一般私人設立提供國小學生課後輔導之機構，而文教機構指的是美語機構、才藝班。

表 3　幼兒教師背景資料表

	性別		教學年資		服務單位類型	
	分類	人數	分類(年)	人數	分類	人數
研究對象	男	0	0~2	7	幼兒園	29
	女	36	2~5	14	安親班	1
			5 以上	15	文教機構	6
總人數	36					

三、資料蒐集與分析

本研究蒐集的資料包括幼兒教師所填寫的調查問卷以及晤談語料等二類。

(一)問卷文件類

關於幼兒教師所填寫的調查問卷內容，本研究將依問題之屬性、類型進行彙整與分類(概念理解與教學示例特性)。至於教師在問卷中填答資料的編碼，本

研究以「問-1-1-02」代表「編號 02 教師在問卷中問題 1-1 的內容」。

針對幼兒教師對於十以內合成與分解概念的理解，本研究主要從質性資料的檢視，依據表 1 架構，審視 36 位幼兒教師對此概念的詮釋或看法之特徵，再藉由訪談輔助確認教師此概念的理解。本研究將幼兒教師對此概念的理解分為「完整無誤」、「部分理解」與「存在另有概念」等三類，其內涵舉例如表 4 所示。此外，研究者亦從量化觀點，將前述參與教師所呈現之概念理解情形轉化為量化資料：其計分方式是將「完全理解」計為 2 分，「部分理解」計為 1 分，「不理解」計為 0 分。接續，以獨立樣本 *t* 檢定分別檢視教師在教學示例提出前、後理解的變化。

至於教師所提教學示例之特性分析，本研究則依據文獻探討之結果，將他們所提出的教學示例分為「具體」、「半具體」與「抽象」等三類，其內涵舉例如表 4 所示。

表 4　問卷文件之分類舉隅

問卷資料	類型	舉例			說明
		數的組成	組成數的關係	組成數的互補與互換	
概念理解	完整無誤	合成就是把數字加在一起，分解就是把數字拆開。	總數比 2 個數都大。	合成就是3＋7＝5＋5＝4＋6＝2＋8＝10，兩個數字可以調換；分解就是5＝2＋3＝1＋4，兩個數也可以調換	能完全說出「十以內合成與分解」概念成分的內涵
	部份理解	合成就是加法。例如：1＋2＝3；分解就是減法。例如：3－1＝2。	被分解出來的兩個數加起來等於原先的數，原先的數比較大。	3＝2＋1	能說出「十以內合成與分解」概念成分的部分內涵

表 4　問卷文件之分類舉隅(續)

問卷資料	類型	舉例：數的組成	舉例：組成數的關係	舉例：組成數的互補與互換	說明
概念理解	不理解	合成與分解就是加法、減法、乘法、除法	未填答	未填答	能說出「十以內合成與分解」概念成分的部分內涵，但有些內涵不完整或有瑕疵
教學示例特性	具體	給予孩童五顆蘋果以及兩個盤子，請孩童排出不同的組合情形。			以真實物件操作鋪陳問題情境，提供孩童思考
	半具體	給予孩童畫有五顆蘋果以及二個碟子的學習單，請孩童們畫下碟子中的蘋果可能有哪些可能組合。			以真實物件圖像鋪陳問題情境，提供孩童思考
	抽象	海綿寶寶看到兩棵蘋果樹，樹上共有五顆蘋果。請問兩棵樹上各有幾顆蘋果？			以文字、口語的方式鋪陳問題情境，提供孩童思考

(二)晤談語料類

本研究採半結構式的晤談(訪談大綱請參見研究設計與流程一段內容)，在幼兒教師完成問卷的二週後進行。晤談的目的主要是為了釐清研究者無法判讀的內容，並針對相關主張再一次比對和確認，以增進研究分析內容之多元性與可信度。至於晤談所獲得的資料，本研究以「訪-03-011」代表編號 03 教師接受晤談時所說的第 11 句語料。

四、研究之信實度分析

本研究在分析檢證的過程中採資料來源的三角校正與分析者三角校正的方式，期能達成研究的信度考驗。其中，資料來源的三角校正是將幼兒教師所填寫的問卷書面資料與晤談語料進行比對而達成，至於分析者三角校正法，則是

研究者邀請一位科學教育領域博士針對表4之架構與內涵進行相關資料的分析。本研究在教師對十以內的合成與分解概念理解的一致性為$\frac{68(\text{一致的語句數})}{72(\text{語句總數})}=$94.4%；而在教師教學示例分類的一致性為$\frac{120(\text{一致的教學示例數})}{135(\text{教學示例總數})}=$88.9%。

肆、結果與討論

為回應研究問題，以下研究結果將依序呈現幼兒教師對十以內的合成與分解概念的理解情形，以及他們提及關於此概念的教學示例特性等二個部分的研究發現。

一、幼兒教師對「十以內的合成與分解」概念之理解

首先，研究者分析幼兒教師在問卷中 1-1 與 1-2 題目的回答內容，以比較他們在教學示例提出的前、後，對十以內的合成與分解概念理解的差異。以下，為幼兒教師在教學示例提出前、後對此概念的理解情形之比較(詳見表 5)。

表 5　教學示例提出前、後幼兒教師的概念理解比較

		數的組成	組成數的關係	組成數的互補與互換
教學示例提出前	完全理解	6 (17%)	0 (0%)	0 (0%)
	部份理解	12 (33%)	2 (6%)	10 (28%)
	不理解(另有概念)	18 (50%)	34 (94%)	26 (72%)
教學示例提出後	完全理解	23 (64%)	4 (11%)	2 (6%)
	部份理解	13 (36%)	6 (17%)	20 (56%)
	不理解(另有概念)	0 (0%)	26 (72%)	14 (38%)

表 5 顯示，有 80%以上的幼兒教師在研究調查的初期並未完全理解十以內的合成與分解概念中三個成分的內涵。在此概念的三個成分中，以「數的組成」理解的人數最多，但幾乎所有教師都未覺察此概念中「二數組成某一數的互補與互換關係」，也少有教師強調「二數組成某一數時，此二數與某一數間的大小關係」。由此看來，36 位幼兒教師並未熟悉此概念內涵。藉由教學示例提出的經驗，讓教師在舉例的過程中，透過布題的思考，釐清他們對此概念的認識，因此，教師在教學示例提出後，他們對於此概念的三個成分已能逐漸釐清。舉例來說，有教師在教學示例提出前，在「數的組成」顯現部分理解：「5＋5＝10 是合成，5－3＝2 是分解。加的東西就屬合成，減的東西是分解(問-1-1-21)」，透過示例提出，便達到完全理解「4＋6＝10 是合成，10 分成 4 和 6 是分解(問-1-2-21)」；也有教師在教學示例提出前，在「數的組成」顯示存在另有概念：「合成與分解就是加法、減法、乘法、除法(問-1-1-03)」，而在教學示例提出後，便達到部分理解：「1＋9 合起來是 10，代表合成。10－1＝9 代表分解(問-1-2-03)」。上述現象均顯示幼兒教師在十以內的合成與分解概念的轉變。

其次，研究者將上述教師所呈現的質性資料轉化為量化數據，透過教學示例提出前、後的比較，其結果如表 6 所示。

表 6　幼兒教師在教學示例提出前、後對十以內的合成與分解概念理解之差異分析

概念成分		平均數	個數	標準差	t 值	顯著性 (p 值)
數的組成	教學示例提出前	0.67	36	0.76	10.42	$.000^{***}$
	教學示例提出後	1.64		0.49		
組成數的關係	教學示例提出前	0.06	36	0.23	3.42	$.002^{**}$
	教學示例提出後	0.39		0.69		
組成數的互補與互換	教學示例提出前	0.28	36	0.45	4.72	$.000^{***}$
	教學示例提出後	0.67		0.59		
總分	教學示例提出前	1.00	36	1.27	15.21	$.000^{***}$
	教學示例提出後	2.69		1.53		

註：$p^{**} < .005$，$p^{***} < .001$

由表 6 觀之，若從量化資料檢視幼兒教師在教學示例提出前、後對十以內的合成與分解概念的理解轉變，本研究發現，教師所呈現在概念整體與概念各成分的改變均顯示顯著差異。顯示教師對於十以內的合成與分解(後測M=2.69，前測M=1.00)以及其三個成分「數的組成」(後測M=1.64，前測M=0.67)、「組成數的關係」(後測M=0.39，前測M=0.06)、「組成數的互補與互換」(後測M=0.67，前測M=0.28)概念之理解均呈現成長的趨勢。此結果意味，透過本研究所安排的教學示例提出，有助於幼兒教師對十以內的合成與分解概念的釐清與理解。

整體來說，量化的分析顯示，幼兒教師透過教學示例提出，有助於他們對概念的理解，而質化的分析則發現，已有60%以上的幼兒教師能掌握「數的組成」成分，至於其他兩個成分亦呈現正向的理解。他們對於三個成分的理解，以「數的組成」成分發展得最為明顯，其次依序為「組成數的互補與互換」及「組成數的關係」。

接續，本研究將從質化的觀點審視幼兒教師在此概念的三個成分中所呈現的另有概念。首先，彙整幼兒教師在教學示例提出前、後，其在十以內的合成與分解概念三個成分所顯示的另有概念，以及未能理解的詮釋如下(詳見表 7)。

表 7　幼兒教師在教學示例提出前、後對十以內的合成與分解概念的理解比較

		數的組成	組成數的關係	組成數的互補與互換
教學示例提出前	部分理解	●合成是加法，分解是減法 ●數與量混淆	●文字敘述，無法以形式化數學表示	●以實例闡釋，但未能說明所有互補的答案與兩數可互換的特徵
	不理解	●表層字義詮釋 ●憑空猜想	*****	*****
教學示例提出後	部分理解	●合成是加起來，分解是分分看(平分，等分) ●分解是分類 ●數與量混淆	●型如「甲＝乙＋丙」分解與合成，只說明甲為最大	●只能說出「互補」或「互換」的關係
	不理解	*****	*****	*****

註：「*****」表示教師未有相關論述

以下，茲依據表7內容分別從教學示例提出前、後幼兒教師的回答內容詮釋其對十以內的合成與分解之理解，進而判定，透過教學示例的提出是否能精緻化幼兒教師對此概念的認識。

(一)「數的組成」部分的理解改變

36 位幼兒教師在教學示例提出前，只有 6 位(17%)教師能正確寫出類似「數的組成」的「數的合成與分解代表一個數可以分成兩個數，兩個數合起來就是原來的數」意涵。

> 問-1-1-08：合成就是把數字加在一起，分解就是把數字拆開。
> 問-1-1-20：合成是把數字加起來變成1個數字「10」，分解是把數字分成2個數字。

有 12 位(33%)教師只能說出部分的意義。歸納教師填答的內容，他們認為「合成就是加法，分解就是減法」。

> 問-1-1-02：合成：就是把東西合起來，看看有多少，也就是加法。分解：就是把多的吃掉少的，也就是減法。
> 問-1-1-13：合成是指將原本的量予以增加並組合。例如：「＋」越變越大；分解是指將原本的量予以減少。例如：「－」越變越少。
> 問-1-1-21：5＋5＝10是合成，5－3＝2是分解。加的東西就屬合成，減的東西是分解。

然而，九年一貫課程綱要數學領域能力指標(教育部，2008)主張，學生應從合成與分解的具體情境與解題活動中，認識加法與減法的互逆關係。由此可見，合成與分解是小學低年級加減法的先備知識，透過合成與分解的前置經驗，可協助學生學習加減法的運算。然而，多數幼兒教師卻認為合成與分解等價於加法與減法，其實，減法概念尚高階於分解的概念。其次，他們也未能清楚區辨數與量的差異，多數教師都將數與量混為一談。

> 問-1-1-12：合成是將2個物品結合起來；分解是將一個數分成2個不同的量，但合起來還是一數。
> 問-1-1-18：合成就是將二個數量合起來；分解就是將二個合起來的數再分為兩數。例如：6＝3＋3，6＝2＋4，6＝1＋5。
> 問-1-1-14：合成代表數量的結合，分解代表數量的分解。
> 問-1-1-33：合成就是把數量合起來，分解就是把數量分開。

此外，也有 18 位(50%)教師似乎未能理解此「數的組成」成分的意涵。

> 問-1-1-05：合成是把物品或任何的東西放在一起，分解是將物品或任何的東西分開來。
> 問-1-1-23：合成是指所有的東西合在一起，分解是指當所有的東西一一拆開。
> 問-1-1-03：合成與分解就是加法、減法、乘法、除法。
> 問-1-1-36：合成指的是組、加、存、混…(果)，分解指的是拆、減、花、單…(因)。

由上述分析顯現，教師對於合成與分解的理解，有些是字義的表層詮釋(例如：05、23)，有些則是憑藉自己的猜想而得(例如：03、36)。為何教師有如此解釋？

> 其實，我以前沒有上過幼兒數學的課，而且自己的數學底子也不好，所以，這種專業的東西，沒教過，所以也就自己猜了(訪-03-008)。

也有教師提到，

> 在園裡，我們的課程大部分都是向書局買，所有的教學，都是照著書去教，所以，並沒有去深入了解(訪-36-011)。

由此看來，多數幼兒教師呈現對於十以內合成與分解概念未能理解的原因乃源於過去專業養成過程知識缺乏，以及職場教學未有深入經歷所致。

透過教學示例提出，教師釐清對「數的組成」部分的認識。

> 從舉例的過程中，引導我去想，這些例子有什麼一樣的特性，讓我能靜下來思考…(訪-17-015)

因此，有 23 位(64%)教師以較正確的方式回答關於「數的組成」的意涵。此外，所有教師均能說出此概念的「數的組成」的部分意義。然而，仍有 13 位(36%)教師未能完整說出關於「數的組成」的意涵。

> 問-1-2-22：合成：合合看。如：放在一起？混在一起？總共多少？加起來共多少？分解：分分看。如：把全部的數分給？個人、把全部的數分配出去。
> 問-1-2-27：合成：把二個量合起來量；加起來共多少。如：2＋3＝5；分解：將一個總數分成二堆。如：8＝5＋3。
> 問-1-2-35：合成就是將2個或是2種結合起來分解則是將1種東西或是一個數字分成2個或者是分類

顯然地，上述未能完全理解「數的組成」意涵的教師，仍以「分解」的意義最不熟悉(例如：22)。其中，他們所認為的分分看是指「我的意思是將東西平分

成兩份…或是分成幾份的意思(訪-22-023)」。其次，部分教師仍出現數與量混淆的現象(例如：27)。

(二)「組成數的關係」部分的理解改變

關於「組成數的關係」部分，教學示例提出前，只有 2 位(6%)教師未完整地寫出「組成數的關係」部分的意涵，其餘 34 位(94%)教師均未提到任何類似「組成數的關係」的意涵。

> 問-1-1-18：合成就是將二個數量合起來。分解是將二個數合起來。比如說，6＝3＋3，6＝2＋4，6＝1＋5，被分解出來的兩個數加起來等於原先的數，原先的數比較大。
> 問-1-1-31：合成與分解是指某個大的數分成兩個小的數，這兩個數合起來的答案都一樣。例如：1＋3＝2＋2＝3＋1＝4。分解是指給小朋友把某個數字分開，看有幾種算法。例如：9可分為8＋1＝7＋2＝6＋3＝5＋4＝9……

上述兩位教師均覺察到如「甲＝乙＋丙」式中甲數與乙數、丙數間的大小關係，只因礙於無法形式化表示其想法。

> 這個想法其實當時我只是無意間想到寫上去的，我不確定它是不是很重要…(訪-18-019)。

而且，經研究者晤談，發現幼兒教師無法以數學式的形式寫出他的想法後，研究者因此將他的表現視為達成部分理解的結果。

> 那你可不可以把你所寫的這些話，用一個簡單的數學式子來做說明呢？…嗯!不會耶…(訪-18-020~021)

此外，令人好奇的是，為何幼兒教師初期均未思考到甲數與乙數、丙數間的關係呢？

> 這個式子「6＝2＋4」裡6被分成兩個數，6當然比2和4大，我覺得那應該不重要，所以就沒寫上去了(訪-16-022)。

而其他教師也呼應此原因。

> 我覺得那個應該是大家都知道的事，所以就沒寫…(訪-27-029)。

當然，也有許多教師並未覺察此特性。

上述結果顯示，36 位幼兒教師未能提出十以內的合成與分解中「組成數的關係」成分的意涵，一則源於過去缺乏專業課程的學習；二則源於教師認為此概念顯而易見，故未多作論述。此現象顯示，教師進行教學時，應注意對成人而言是淺顯易見概念的引導，但，這些概念對學習者而言，卻未必如此。

經由教學示例提出，有 4 位(11%)教師提到關於「組成數的關係」的說明(例如：06)；有 6 位(17%)教師提到此項的部份內容(例如：20、27)。

> 問-1-2-06：合成是把所有的數量加起來；分解是同一個總數，用2個不同的數量加起來，總數還是一樣。總數比2個數都大。
>
> 問-1-2-20：合成：把不同的東西加出來的總數，最後都會相等；分解：把東西分解出來的數字，最後都是原來的總數。總數最大。
>
> 問-1-2-27：合成就是把二個量合起來量；加起來共多少。如：2＋3＝5；分解就是將一個總數分成二堆比較少的數。如：8＝5＋3。

上述內容顯示，教師似乎已察覺「甲＝乙＋丙」式中三數的關係，但仍源於專業知識不足，故無法清楚陳述其想法；「嗯！我的意思就是要表示它比它們兩個大，但是我不知道要怎麼寫(訪-20-038)」。此結果仍呼應研究者先前所提教師專業課程知識不足的現象。至於其他 26 位(72%)教師，則還是未論述此部分的意涵。

(三)「組成數的互補與互換」部分的理解改變

至於「組成數的互補與互換」部分，在教學示例提出前，沒有任何教師(0%)能提出完整的闡釋，以「甲＝乙＋丙」的式子來說，雖然他們能說出類似「分解是一個數分成兩個數，合成是這兩個數結合成一個數(問-1-1-25)」的想法，但是，他們卻無法說明「這兩個數可互換」以及「有多種分解方式」的互換與互補的關係。再者，有10位(28%)教師嘗試以舉例的方式去闡釋他的文字，但從他所羅列的式子來看，似乎他們只是理解部分的意涵，而未能全盤理解。

> 問-1-1-29：合成就是把「量」加在一起。如：2＋8＝10；1＋9＝10；4＋6＝10等。分解：將量分解開來。如10＝2＋8；10＝1＋9；10＝4＋6等。
>
> 訪-29-027：…我沒有想過每一個分解的方式有幾種耶！應該很多吧！
>
> 問-1-1-35：合成，是將兩種或是兩種以上的數字合成起來！如：1＋4＝5；1＋2＋2＝5。分解：是將1種東西拆成2種。如：5＝1＋4＝2＋3。
>
> 訪-35-18： …1＋4和4＋1有沒有一樣？一樣吧！

其餘的26位(72%)教師，便未曾提及上述關於「組成數的互補與互換」部分的說明。透過教學示例提出的經驗，有教師發現：

> 我剛開始在寫這個概念的時候，根本不會想這麼多。認為，反正1＋4＝5，5＝1＋4就是合成與分解。但是。當我舉了很多例子之後，我再回頭看這些例子，我就發現到一個數可以有很多分解的方法，它有很多不同組合的答案，但它們加起來都一樣(訪-33-29)。

有22位(62%)教師從示例提出的過程中，由數學式察覺被分解的兩數彼此的「互補」或「互換」的關係，但只有2位(6%)教師有完整的論述。

> 問-1-2-08：合成就是3＋7＝5＋5＝4＋6＝2＋8＝10，兩個數字可以調換。分解就是5＝2＋3＝1＋4，兩數也可以調換。
>
> 問-1-2-17：合成：把A和B加起來的答案就是合成。如：2＋3、3＋2、1＋4、4＋1都等於5。分解：就是把合成的答案分開。

其餘的 20 位教師，則多只有論述部分的「互補」(例如：合成：1＋5＝2＋4＝3＋3＝6。分解：6＝1＋5＝2＋4＝3＋3) (問-1-2-18)或「互換」(例如：6＝1＋5＝5＋1) (問-12-22)關係之內容。但是，仍有 14 位(38%)教師未提到此部分的內容。

綜合言之，本研究透過教學示例提出，期望幼兒教師能在此過程中引導思考，並綜合自身所提示例的特性進行歸納，進而澄清對十以內的合成與分解概念的想法。結果顯示教師對此概念的理解雖有正向之發展，但成效似乎未如預期。其中，則以「數的組成」部分成效最佳。研究者認為，在教師自我反思的過程中加入引導的策略，或許更能促進其成長的速度與空間。而參與本研究之36 位幼兒教師所顯現未能熟悉十以內的合成與分解概念的現象，似乎也常見於一般幼兒園所，為許多教師對數學教學感到困擾。因此，在幼兒師資培育過程強化其知識基礎也是值得思考之方向。

二、幼兒教師所提出「十以內合成與分解」概念教學示例分析

本段，茲針對幼兒教師所舉關於十以內的合成與分解概念之教學示例特性進行分析。教學示例的分類，乃依據文獻探討所獲得之架構，分為具體、半具體與抽象等三類。以下，首先彙整 36 位教師在問卷中四道問題引導下所提的教學示例結果(詳見圖 2)。

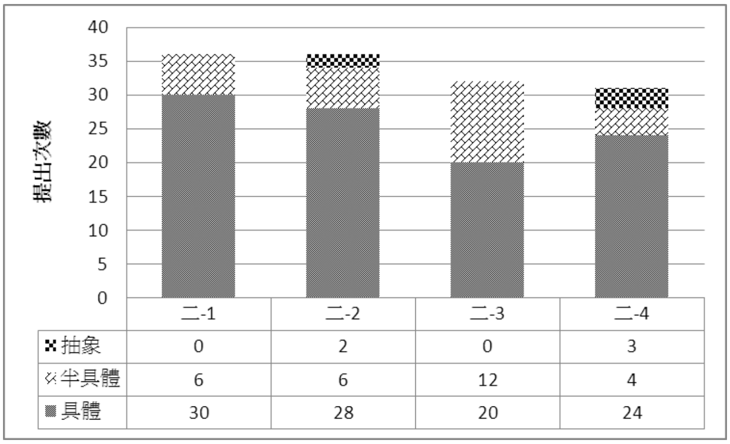

圖 2　幼兒教師所提教學示例類型分析

圖 2 顯示，每位教師均能提出至少二個關於十以內的合成與分解概念之教學示例，到了二-3 與二-4 題，才逐次降低為 32 個與 31 個教學示例。其中，又以具有「具體」特性的教學示例最多，其次為「半具體」特性，最少的則是具「抽象」特性的教學示例。探究其原因，乃是「因為幼兒園的活動大部分是以活動來學習居多，所以我第一個想法就會舉出用實際的操作來讓小朋友學習數學的概念(訪-28-47)」，顯示教師能考慮幼兒發展之進程，而選用適合幼兒發展之教學示例進行概念闡釋。

綜觀教師所提具「具體」特性之教學示例，其涉及的操作實物包括操作卡、積木、糖果、水果。

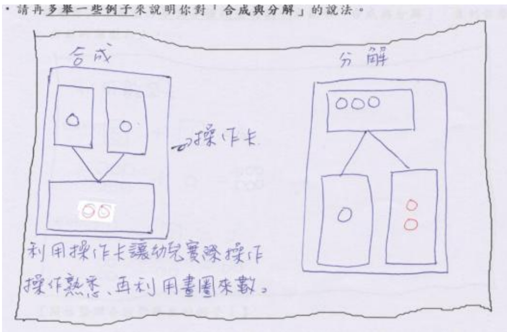

圖 3-1　藉由操作卡操作促進學習

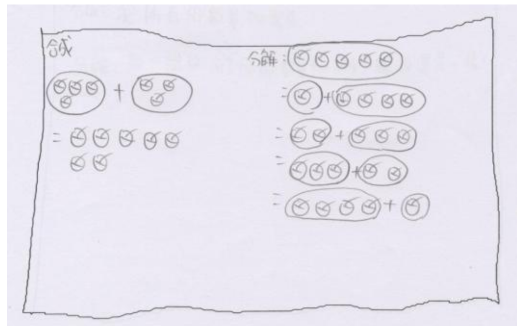

圖 3-2　藉由水果實體操作促進學習

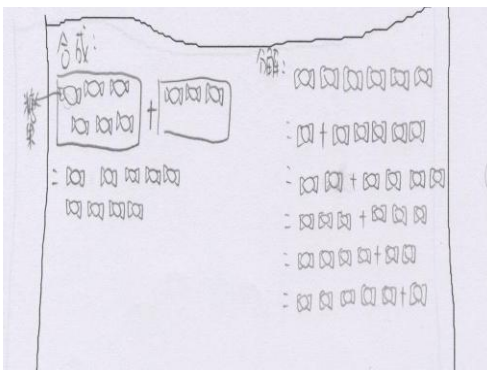

圖 3-3　藉由糖果實體操作促進學習

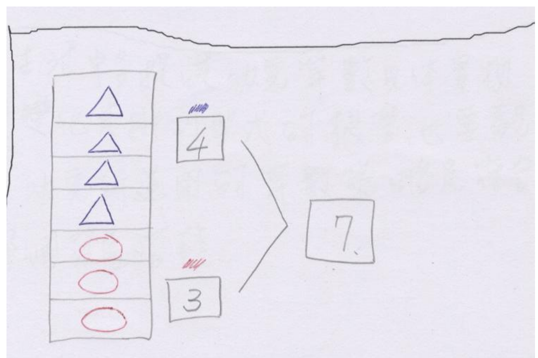

圖 3-4　藉由積木操作促進學習

圖 3　具「具體」特性之教學示例舉隅

接續，我們再分析幼兒教師所提出具有「半具體」特性的教學示例。為何教師會想到而提出此特性之教學示例？有教師提到：

> 有些大班的孩子可以不需要用實際的操作，他們就可以回答關於數的合成與分解的答案。所以，我就想到可以用故事的方式引導小朋友去想像，運用紙上書寫的方式去學習合成與分解的概念(訪-21-35)。

也有教師說：

> 教室中最多的資源是一些圖片、圖畫…等，用這些資源既不佔空間，取得也方便…(訪-29-16)

因此，他們會運用一些具體物的圖像(例如：積木、故事情境...等)來作為解釋概念的工具，這些教學示例有助於孩子形成關於概念的心像，進而促進思考。

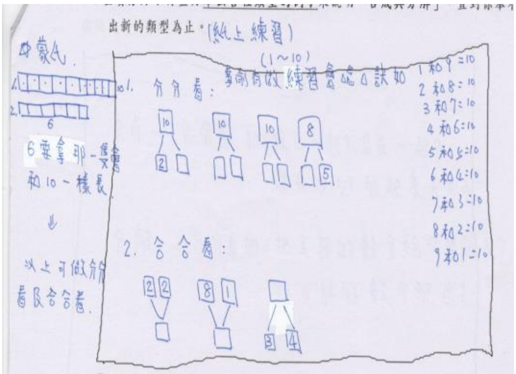

圖 4-1　藉由積木紙上練習促進學習

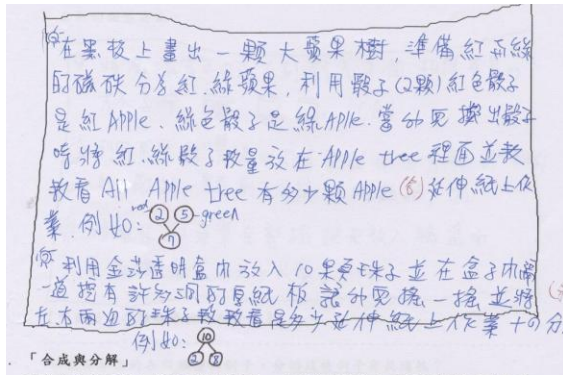

圖 4-2　藉由故事情境想像促進學習

圖 4　具「半具體」特性之教學示例舉隅

然而，教師所提的教學示例中，以具「抽象」特性的類型最少。從提出此特性教學示例的教師背景分析發現，

> 由於我白天在安親班工作，會接觸到小一的課程。我看他們的課本中都有一些應用問題，都是文字。所以我會舉一些像應用問題的題目，讓孩子練習合成與分解。這樣的題目，應該可以讓大班的小朋友練習吧(訪-20-42)。

可見，教師個人的經驗應是影響其所提教學示例類型之影響因素之一。

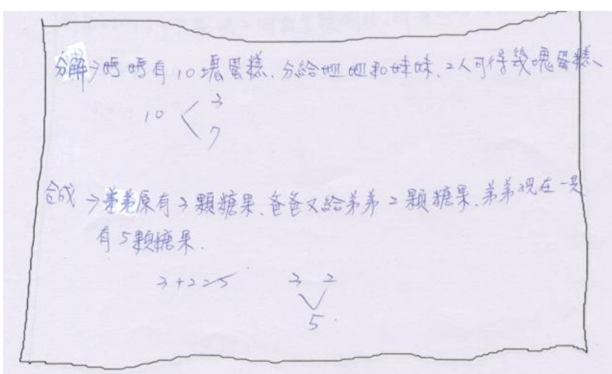

圖 5　具「抽象」特性之教學示例舉隅

再者，研究者彙整他們提出教學示例特性的類型，發現他們所提出的教學示例中，依提出順序的樣態包括「具體-具體-具體-具體(或無)」(21位)；「具體-具體-半具體-具體」(4位)；「半具體-半具體-半具體-抽象」(2位)，與「具體-半具體-具體-具體」(1位)、「具體-半具體-半具體-具體」(1位)、「具體-半具體-半具體-半具體」(1位)、「半具體-具體-半具體-半具體」(1位)、「半具體-半具體-半具體-半具體」(1位)、「半具體-抽象-半具體-半具體」(1位)及「半具體-抽象-半具體-抽象」(1位)等類型。其中，提出相同類型教學示例的有21位(58.3%)，顯示每位教師所提的教學示例多呈現同類型的趨勢。此結果象徵教師心中所存的教學示例類型並不多元，也未必豐富。因此，讓具有不同經驗的教師共同參與互動與交流，可能是豐富其教學示例類型的途徑之一。

伍、結論與建議

鑑於世界各國愈來愈重視數學對學前幼兒影響之趨勢，許多研究(例如：Guskey, 2000; Kirkpatrick, 1998)亦支持教師知識會影響孩童的學習。然而，研究者從過去有關教師數學教學專業發展的研究發現，以幼兒教師為對象的幾乎少見。因此，本研究以問卷調查輔以晤談之方式，企圖瞭解幼兒園教師對於十以內的合成與分解概念的理解現況，並從他們提出之教學示例以分析他們所提教學示例之類型，期盼能提供未來幼兒師資培育之參考，為本研究之價值。研究結果顯示，參與本研究之 36 位幼兒教師在本研究引導教學示例提出前，對於十以內的合成與分解概念的理解較不完整，探究其原因，乃源於培育過程專業知識缺乏、教學現場過度依賴坊間現有教材而少有教材研發經驗所致。透過問卷引導提出教學示例，並提供教師自我反思的機會，教師對概念的理解普遍呈現正向的發展，但似乎成效有限。透過晤談後發現，教師專業知識缺乏仍佔重要因素。此外，本研究亦從教學示例類型的觀點審視幼兒教師所提的教學示例，結果顯示每位教師所提出的教學示例有同類型的趨勢，而且以具有具體特性的教學示例最多。以下，茲提出本研究之結論與後續探討之建議。

一、結論

(一)引導提出教學示例並進行回顧有助幼兒教師概念的釐清

本研究所編製的問卷，是以讓幼兒教師寫下對十以內的合成與分解概念的想法為開端，再讓幼兒教師提出十以內的合成與分解概念的教學示例，最後再引導教師回顧並重新寫下對此概念的想法，目的有二。其一，在瞭解他們對此概念的理解情形；其二，在瞭解教學示例提出是否有助於幼兒教師思考與釐清自身對概念的想法。結果發現，透過引導教師教學示例之提出，可以協助他們重新思考每個教學示例的共通性，進而梳理概念的定義。從量化數據的分析顯示，幼兒教師透過教學示例提出有助於他們對概念的理解；而質化的分析則顯示，初期有80%以上的幼兒教師並未完全理解十以內的合成與分解概念的內涵，透過教學示例提出，後來有60%以上的幼兒教師能掌握「數的組成」成分，至於其他兩個成分亦呈現正向的理解。透過晤談發現，其原因可能源於過去專業養成過程中數學知識較為缺乏以及職場教學過程未有深入經歷所致。過去，學者(例如：林玉體，2002；高廣孚，1998；蔡聰明，1998；蘇明勇、黃萬居，2006)曾提倡「蘇格拉底教學模式」，他們認為，透過適當問題的激發與引導，可讓學習的個體真知復現或回憶起來，是一種不知道答案，而在尋找答案的過程中會更了解一切的感覺。換言之，即是透過回答問題的過程，能學習者在許多模糊的概念中找到正確的定義。本研究之研究取徑，似乎呼應上述的想法。

(二)幼兒教師所提教學示例之「具體」與「半具體」特性符應孩童發展

從幼兒教師所提出的教學示例類型分析發現，大多數教師所提出的教學示例缺乏多元特性，而以「具體」的操作活動佔最多；其次為「半具體」的操作活動；最少的是「抽象」特性的活動。深探其原因，乃源於教師認為此階段之幼兒處於前運思期與具體運思期之間，因此，未符應其發展特質，其所提之教學示例以具有具體特性為大宗。然而，發展學者(例如：Ginsburg, 1997; Klein & Starkey, 1988)指出，學前階段的孩童，會從早期對數量的基本瞭解開始學習其文化中的數名系統(number-naming system)，進而學習非正式的運算。而本研究所探究之十以內的合成與分解概念即屬於非正式運算後端的知識。因此，透過具有「具體」與「量」的示例介紹，是合理且可行的策略。然而，無論是孩童認知的發展或是數學的學習，最終仍應朝向形式化數學的方向前進，因此，思

考並提供適合孩童學習的抽象特性教學示例，應是幼兒教師得去思考與強化的能力。

二、建議

(一)調整問卷施測方式以有效反應教學示例提出之功效

本研究發現，研究者在問卷的初始與末了，請幼兒教師填寫對十以內的合成與分解概念的想法，雖然在施測前已提醒教師勿須回頭填寫一-1 的內容，但仍不免會遭受讀者質疑此作法之合適性。因此，建議未來再次施測時，可將問卷分為「一-1 題」、「二-1~二-5 題」與「一-2 題」等三部份。當幼兒教師完成「一-1 題」問卷後即刻收回，才繼續作答「二-1~二-5 題」、「一-2 題」。如此，將可避免本研究初始設計時之缺憾，也才能審視他們對十以內的合成與分解概念之理解是否因教學示例提出而發展。然而，是否要將「一-1 題」與「一-2 題」間隔一段時間後才加以施測？或許可以再作評估與調整。

(二)思考幼兒教師應具備關於數概念理解能力的內涵

在臺灣，正式數學教學在小學方始啟動。而且，幼兒教育的教育目標中，強調的是主題式教學，並非以學科為導向的教學。因此，數學並非其階段中所認為重要的教學內涵。也因此，在幼兒教師的培育過程中，數學並未被重視與強調。本文的研究結果，亦驗證在教師專業知識不足之前提下，多數教師對於數學概念之理解普遍有進步的空間。此結果可提供未來進行幼教師資培育規畫時的參考。

參考文獻

左台益、蔡志仁(2001)。高中生建構橢圓多重表徵之認知特性。**科學教育學刊，9**(3)，281-297。

江世真、王蘇澧、王韶慈、郭俊麟(2008)。**國中小數學教材與教學探討—整數的數概念與加減運算篇**。新北市：國家教育研究院籌備處。

谷瑞勉(2001)。初任幼兒教師實際知識發展之研究。**屏東師院學報，14**，297-324。

林玉體(2002)。**西洋教育思想史**。臺北市：三民書局。

林嘉綏、李丹玲(1999)。**幼兒數學教材教法**。臺北市：五南圖書。

高廣孚(1998)。**教學原理**。臺北市：五南圖書。

徐映慈(2008)。**幼稚園教師數學教學信念、教學行為與幼兒數概念發展之研究**(未出版之碩士論文)。朝陽科技大學，南投縣。

陳英娥(2004)。**幼兒數概念學習套件設計與教學成效評估之研究**(NSC 92-2521-S-242-001)。臺北市：行政院國家科學委員會。

陳彥廷(2010)。運用非同步網路科學教學案例討論學習課程促進技專校院學生網路態度與網路自我效能之研究。**科學教育研究與發展季刊，59**，55-87。

陳嘉皇(2005)。例證的意涵與數學概念建構之教學。**屏東教大科學教育，22**，15-23。

陳燦豐(2004，11月)。**幼兒數學學習教師專業能力行動研究**。論文發表於兒童適性發展之本土專業經營學術研討會。臺北市：臺北市立教育大學。

教育部(2008)。**國民中小學九年一貫課程綱要**。臺北市：教育部。

傅清雪(2010)。實習幼兒教師發問策略形塑之個案研究。**華醫人文社會學報，21**，105-120。

張純子(2010)。二位公私立幼稚園教師專業發展之傳記史探究。**幼兒保育學刊，8**，1-16。

蔡聰明(1998)。從蘇格拉底的教學法談起。**科學月刊，343**，574-586。

蘇明勇、黃萬居(2006)。蘇格拉底詰問模式對六年級學生批判思考能力與傾向之影響。**科學教育學刊，14**(5)，597-614。

蘇育令、陳彥璇(2008)。淺談幼兒教師專業發展之途徑與評鑑方式。**教師之友，49**(1)，7-16。

Ainsworth, S. E. (1999). The functions of multiple representations. *Computer & Education, 33*(2), 131-152.

Ball, D. L. (1990). *Halves, pieces, and twoths: Constructing representational contexts in teaching fractions (Craft paper 90-2)*. East Lansing, MI: National Center for Research on Teacher Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 324 226)

Ball, D. L. (1992). Magical hopes: Manipulative and the reform of math education. *American Educator, 16*(2), 14-18, 46-47.

Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. New York: Teachers College, Columbia University.

Baroody, A. J., & Wilkins, J. L. M. (1999). The development of informal counting, number, and arithmetic skills and concepts. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp.48-65). Washington, D.C.: NAEYC.

Baroody, A. J. (2000). Does mathematics instruction for three- to five-year-olds really make sense? *Young Children, 55*(4), 61-67.

Baroody, A. J., Lai, M., & Mix, K. S. (2006). The development of young children's early number and operation sense and its implications for early childhood education. In B. Spodek & O. Saracho (Eds.), *Handbook of research on the education of young children* (Vol. 2, pp.187-221). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky. O. (2006). Exemplification in mathematics education. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková, (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 125-154). Prague: PME.

Brunner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA: Harvard University.

Bruner, J., Goodnow, J., & Austin, A. (1956). *A study of thinking*. New York: Wiley.

Butler, D. L., Lauscher, H, N., & Jarvis-Selinger, S. (2004). Collaboration and self-regulation in teachers' professional development. *Teaching and Teacher Education, 20*(5), 435-455.

Canobi, K. H. (2004). Individual differences in children's addition and subtraction knowledge. *Cognitive Development, 19*(1), 81-93.

Carpenter, T. P. (1985). Learning to add and subtract: An exercise in problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.

Clark, C. M., & Peterson, P. L. (1986). Teachers'thought processes. In M. C. Wittrock(Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp.363-401). New York: MacMillan.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 461-555). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Courant, R. (1981). Reminiscences from Hilbert's Gottingen. *Mathematical Intelligencer, 3*(4), 154-164.

Davis, P., & Hersh, R. (1981). *The mathematical experience*. Brighton UK: Harvester.

Davis, R. (1984). *Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education*. Norwood, NJ, USA: Ablex.

Feynman, R. (1985). *"Surely you are joking, Mr. Feynman!": Adventures of a curious character*. New York, USA: Norton.

Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.

Ginsburg, H. P. (1997). Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities, 30*(1), 20-33.

Ginsburg, H. P. (2006). Mathematical play and playful mathematics: A guide for early education. In D. G. Singer, R. M. Golinkoff, & K. Hirsh-Pasek (Eds.), *Play=learning: How play motivates and enhances children's cognitive and social-emotional growth* (pp.145-165). Oxford: Oxford University Press.

Ginsburg, H. P., Klein, A., & Starkey, P. (1998). The development of children's mathematical thinking: Connecting research with practice. In I. E. Sigel & A. Renninger (Eds.), *Handbook of child psychology: Child psychology in practice* (5th ed., Vol. 4, pp.401-476). New York: Wiley.

Griffin, S. (2004). Number worlds: A research-based mathematics program for young children. In D. H. Clements, J. Sarama, & A. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp.325-342). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Guskey, T. R. (2000). *Evaluating professional development*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press, Inc.

Huttenlocher, J., Jordan, N. C., & Levine, S. C. (1994). A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, *123*, 284-296.

Klein, A., & Starkey, P. (1988). Universals in the development of early arithmetic cognition. In G. Saxe & M. Gearhart(Ed.), *Children's mathematics* (pp.5-26). San Francisco: Jossey-Bass.

Kirkpatrick D. L. (1998). *Evaluating training programs* (2nd Ed.). San Francisco, CA : Berrett-Koehler Publisher.

Leinhardt, G. (2001). Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th Ed., pp. 333-357). Washington DC, USA: American Educational Research Association.

McCrink, K., & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science, 15*(11), 776-781.

Munn, P. (1994). The early development of early literacy and numeracy skills. *European Early Childhood Research Journal, 2*(1), 5-18.

National Association for the Education of Young Children & National Council of Teachers of Mathematics. (2002). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings*. Retrieved August, 16, 2011, from http://www.naeyc.org/resources/position_statements/psmath.htm.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Nemirovsky, R., Noble, T., & Wright, T. (1999, April). *Graphs, number tables and motion stories: Teaching the mathematics of change in elementary school*. Paper presented at the annual meeting of the National Council of Teachers of Mathematics, San Francisco.

Peled, I., & Zaslavsky, O. (1997). Counter-examples that (only) prove and counterexamples that (also) explain. *Focus on Learning Problems in mathematics, 19*(3), 49-61.

Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. USA: Princeton University Press.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in*

Mathematics, 12(2), 151-169.

Watson, A., & Mason, J. (2002). Student-generated examples in the learning of mathematics. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *2*(2), 237-249.

Study on Pre-school Teachers' Knowledge about Teaching Examples Representations and Mathematics Concepts Understanding of Number Combination and Decomposition within Ten

Yen-Ting Chen [1]　Juei-Hsin Wang [2]

[1] Research Center for Curriculum and Instruction, National Academy for Educational Research

[2]Graduate Institute of Educational Administration and Policy Development, National Chiayi University

clief000@ms34.hinet.net

Abstract

The purpose of this study was to explore the characteristics of teaching examples presented and the understanding about the concept of "part-part-all under ten" on thirty-six pre-school teachers. Questionnaire answers written and interview records were collected in this study. The results of this study revealed that there are three kinds of teaching examples which include "concrete", "concrete-abstract" and "abstract" among pre-school teachers' proposing examples, and the pre-school teachers use "concrete" teaching examples the most. The task about proposing teaching examples could promote pre-school teachers to clarify and understand their mathematics concepts. At the same time, their professional knowledge and experience affected their teaching examples proposing. Finally, this study makes some suggestions about the future researches and the cultivation of pre-school teachers for the reference of the following studies and practicalities.

Keywords: number combination and decomposition within ten, representation, teaching examples