

# 國小高年級學生自發性抽樣概念之探討

陳幸玫<sup>1\*</sup> 林哲夫<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系

<sup>2</sup> 臺北縣光復國小

\*[hsingme@yahoo.com.tw](mailto:hsingme@yahoo.com.tw)

(投稿日期：2010.9.29；修正日期：2010.12.6；接受日期：2011.1.28)

## 摘 要

國小數學課程沒有抽樣概念，但學生在生活中卻常有簡單隨機抽樣的經驗，因此本研究採問卷調查法，利用所設計的評量試題，探究國小高年級學生從周遭訊息和生活經驗所建構的自發性抽樣概念雛形。評量試題有四個面向：樣本、母體、隨機、樣本代表性。研究對象為臺北地區國小高年級 523 位學生。結果發現，多數學生的表現受到生活經驗和語言的影響，學生傾向使用具體形物來描述樣本和母體。多數學生無法解釋多項分配之隨機樣本和樣本代表性的意義，因而呈現迷思概念。

關鍵字：自發性抽樣概念、國小高年級、統計

## 壹、研究動機與目的

台灣國小數學課程並未涵蓋抽樣概念，然而學生在生活中卻經常可以經驗到簡單隨機抽樣的過程，例如老師利用抽籤的方法，抽出數個小朋友回答問題。此外傳媒和網路的快速發展，使得學生提早接觸到各類抽樣調查的訊息，因此學生雖未曾接受正式的抽樣概念課程，但他們可能藉由所接觸的社會文化、生活語言和經驗等，而建構出個人的自發性抽樣概念。

雖然九年一貫數學課程綱要(教育部, 2003)並未將抽樣概念納入統計能力指標，但仁林、南一與康軒出版社在 2008 年出版的九年級下學期數學教科書內有「抽樣」的單元。美國(National Council of Teachers of Mathematics, 2000)、英國(Qualifications and Curriculum Authority, 1999, 2007)、澳洲(Australian Education Council, 1991)在國小高年級階段的數學課程中即建議引入或隱含初步的抽樣概念。因此本研究在比較各國對抽樣概念課程的編排年段後，選擇以國小高年級學生為研究對象，目的是探討學生在被認為可接受抽樣概念課程之前，其自發性抽樣概念的雛形，期望此研究結果可作為教學者協助引導學生從自發性抽樣概念轉而建構科學性抽樣概念的參考。此外礙於人力和時間的限制並考量調查品質的控管，本研究將研究對象的區域限定在臺北地區。由於國內尚未有相關的議題探討，因此未來可依據此研究結果，深入探討其他學習階段或其他區域學生抽樣概念的表現和差異。

本研究選取「樣本」、「母體」、「隨機」、「樣本代表性」四個概念作為設計評量試題的面向，藉此了解學生如何依據自身的生活經驗和所接收的周遭訊息來理解和描述。由文獻探討發現，幾乎所有與抽樣概念相關的研究並未詳盡考慮母體和普查對抽樣概念的影響(Jacobs, 1999; Metz, 1999; Watson, Collis, & Moritz, 1995; Watson & Moritz, 2000a, 2000b; Watson, 2004)；抽樣的目的是為了估計和推論母體，因此抽樣以前必須先確認母體的範圍，否則容易導致錯誤的結論和過度的推論；而生活中並非所有的調查都是抽樣調查，例如由政府主導的人口普查、總統大選的結果等，普查結果的解釋和抽樣調查的解釋並不相同，因此有必要了解學生是否能區辨普查和抽樣調查的差異；在研究中雖將隨機作為一個討論面向，但評量中所設計的試題並未涉及機率值的判斷和計算，僅以「可能性」和「機會」的多寡分佈來做比較和說明；而理想中一個具有代表性的樣本須是隨機從母體中抽得，且樣本特徵接近母體特徵的機率值很高，因此樣本代表性的理解可視為樣本、母體和隨機三個面向整體性的理解。

本研究對國小高年級學生自發性抽樣概念的探究，並非著重在學生對符號、公式和理論的了解，而是希望能獲知學生從社會文化、生活語言和經驗所建構的自發性抽樣概念雛形，了解生活經驗、語言和周遭訊息對建構自發性抽樣概念的影響。

## 貳、文獻探討

### 一、自發性概念

Vygotsky 強調語言發展與認知發展的關係，當兒童能支配語言時，語言與思想就合而為一並交互作用形成促動認知發展的主要內在動力。因此兒童的自我中心語言應該被視為兒童的思考工具，它能幫助兒童定義問題並尋求可能的解答，自我中心語言不會隨著年齡而消失，相反的，學齡兒童仍繼續使用自我中心語言，將外在社會行為轉換成內在心理認知(Tryphon & Voneche, 1996)。隨著年齡的增加，概念在兒童的認知體系裡，也會隨著知識的增加而產生質變，從具體概念朝向抽象概念發展。抽象概念為科學概念，應該在學校教學，而兒童從日常生活中形成的概念是自發概念。自發概念是透過經驗，它充滿了個人的感情和心像，而科學概念是抽象和客觀的。科學概念和自發概念彼此交互影響且相互獲益，兒童了解科學概念必須歸功於他們的自發概念，也就是自發概念為科學概念開路，但科學概念提供一個認知發展的新目標，使兒童得以由上而下放置和檢驗其自發概念，迫使兒童從較抽象方面思考(林美珍譯，2004)。Watson (2006)建議學生可藉由生活經驗為媒介形成抽樣概念。因此依據 Vygotsky 的認知發展理論和 Watson 的建議，教學者在引導學生形成科學性抽樣概念以前，必須先探究社會文化、生活經驗和語言對學生自發性抽樣概念的影響，由此知道學生自發性抽樣概念的雛形。

### 二、抽樣概念相關研究

統計是為了描述、彙整、分析資料所發展出來的方法。資料發生於日常生活的相關活動中，收集資料是為了獲取整體的訊息。因此統計是一門運用數學

方法來找尋資料的規則以解釋現象的一種科學方法(蘇國樑, 1999)。然而礙於時間、人力、金錢和其他不可抗拒的因素, 經常我們僅能收集到部分資料, 但是利用此部分資料是無法準確地解釋整體的訊息。為了解決這個問題, 因此發展出各種抽樣方法, 目的是降低樣本估計的誤差, 提升樣本估計的信心。

研究抽樣概念的早期發展比較少。Jacobs (1999)收集國小四、五年級學生對調查結果的解釋和評估, 以此觀察學生對抽樣概念的非正式理解; 研究結果顯示雖然有許多學生認同隨機抽樣的優點, 可以察覺到某些抽樣方法可能產生偏差, 例如以自我方式抽樣和限制性抽樣(self-selection and restricted sampling), 但是大部分的學生似乎偏好分層簡單隨機抽樣; 他們在乎的是公不公平和此樣本是否涵蓋所有類型的個體; 國小高年級學生傾向從他們所認為的機會公平來選擇樣本(例如自願參與者), 但此樣本會導致統計上的偏差, 他們無法認知隨機樣本具有統計上的公平性。Metz (1999)觀察國小學生設計科學實驗, 結果發現學生可以提出適當的理由來支持抽樣的必要性, 僅少數人會對小樣本的結果有信心; 有些學生反對抽樣, 因為母體中的元素是變異的, 所以必須檢驗母體中所有的元素。當問及樣本的意義時, 學生的說明大多與具體實物有關, 例如「食物或地毯的一部分」、「衣服的一小片」等(Jacobs, 1999; Watson & Moritz, 2000a)。

Shaughnessy (1992)指出, 完全不懂統計的人並不會考慮到樣本數對變異的影響; 極端的結果比較可能發生在小樣本, 此概念對他們來說並不是顯而易見的。人們容易假設所有樣本不管其大小都可以代表母體, 此為代表性啟發(representativeness heuristic)的謬誤(Tversky & Kahneman, 1974; 引自 Shaughnessy, 1992)。Rubin、Bruce 與 Tenney (1991)觀察發現, 許多學生很難理解樣本代表性的意義。他們不能理解為什麼直方圖可以準確地呈現樣本, 但樣本卻不能準確地代表母體。學生期望看到樣本的分佈和母體的分佈一模一樣, 否則他們會認為抽樣方法存在錯誤。

關於抽樣概念發展層次的研究, 例如 Watson、Collis 與 Moritz (1995)便利取樣 171 個三、五、七、九年級學生進行問卷調查, 並與其中 30 位學生晤談; Watson 與 Moritz (2000a)使用縱貫研究法大量調查 3000 多位三至十一年級學生; Watson 與 Moritz (2000b)則晤談 62 位三、六、九年級學生, 經過 3 或 4 年後, Watson (2004)從之前晤談的學生中選取 38 位學生再次進行晤談。以上這些研究均使用相同的問卷和晤談大綱。研究以三個理論架構為基礎:

(一)整理各階段學生統計理解的文獻, 從中獲取與抽樣概念相關的內容。

(二)以觀察學習產出架構(Structure of Observed Learning Outcomes)為基礎的認知發展分類法(Biggs & Collis, 1982；引自 Watson, 2004)分析結果，由此得到三個漸次複雜的理解層次：

1. 單結構層次(U)，以任務中個別元素回應，無法察覺矛盾的產生；
2. 多結構層次(M)，以任務中多個連續元素回應，察覺矛盾的產生但無法解決；
3. 連結層次(R)，整合任務中的元素回應，能提出完備的方法解決矛盾。

(三)引用 Watson (1997)發展的三個統計素養層次，並將之應用到抽樣概念。

1. 層次一：理解與抽樣相關的專門術語；
2. 層次二：應用和理解出現在事件脈絡中與抽樣相關的專門術語；
3. 層次三：具有評論的技能以質疑沒有使用適當統計方法的抽樣結果。

Watson、Collis 與 Moritz (1995)和 Watson 與 Moritz (2000a)的研究確認抽樣概念的發展層次有兩個 U-M-R，第一個 U-M-R 是樣本/抽樣概念的建構，第二個 U-M-R 是樣本概念的鞏固以及漸次複雜的應用。Watson 與 Moritz (2000b)的研究確認抽樣概念的六個表現類別以及與三個統計素養層次的關係，如表 1。

表 1 抽樣概念的六個表現類別與三個統計素養層次的關係

統計素養層次	抽樣概念表現類別
一、理解專門術語	一、小樣本，但不知如何選取
	二、小樣本，具有初始的隨機選取
	三、小樣本，考量結果預先選取
二、理解情境脈絡中的專門術語	四、模稜兩可的樣本
	五、大樣本，考量隨機/分佈的選取
三、對無正當證明的論述提出批判性的質疑	六、大樣本，能察覺偏差

### 三、各國抽樣概念相關課程

澳洲學校數學國家報告書(A National Statement on Mathematics for Australian Schools, Australian Education Council, 1991)在「機遇與資料」主題中

說明：「對母體進行抽樣和推論是預測和決策的基礎，學生需要許多這方面的經驗來理解抽樣和推論的原則、區別樣本和母體以及察覺估計量和參數的不同。雖然『統計推論』最早出現在中學的課程中，但是基礎應在小學之『資料處理』和『機遇』活動中建立。」且在國小高年級(upper primary years)能力指標中提及：「了解什麼是樣本，從特定的群體中抽取適當的樣本，並能依據所收集的資料以日常生活用語說明推論。」

英國資格課程局(Qualifications and Curriculum Authority)於1999年和2007年分別公布國小和中學國家課程(National Curriculum)，將國民義務教育劃分為四個學習年段(key stage)。「資料處理」為數學科目學習計畫(program of study)之一，從第二學習年段(三~六年級，7~11歲)開始，但是，除了第四學習年段(十~十一年級，14~16歲)的教學內容直接提及抽樣概念，其餘學習年段之教學內容並沒有將抽樣概念作為主體，但其影響隱含於教學內容中，例如學習年段二的教學內容中敘述：「依據統計量和圖表做出結論，察覺為什麼有些結論是不確定或誤導。」不確定的結論可歸因於抽樣，而誤導可能來自於不恰當的抽樣方法。

美國數學教師學會(National Council of Teachers of Mathematics, 2000)在學校數學的原則和標準(principles and standards for school mathematics)中，與抽樣概念相關的期望目標開始出現在「資料分析和機率」主題的六~八年級，其說明為：「使用觀察值來觀察多組樣本之間的差異以臆測其各自的母體」。

台灣普通高級中學數學課程暫行綱要將抽樣概念列為高二必修課的主題(教育部，2004)，但在普通高級中學課程綱要(教育部，2008)則列為高三選修課的主題，相關的內容包括抽樣調查、簡單隨機抽樣、信賴區間與信心水準的解讀等。

由以上文獻探討得知，美、英、澳國小數學課程中含有抽樣概念相關內容，且學者對國小學童抽樣概念已有一系列的研究；反觀，台灣國小數學課程並未涵蓋抽樣概念，且沒有相關的研究。另外，自發概念的形成與社會文化和語言有關，即使國外學者對學童抽樣概念的表現已有歸納，但考量台灣社會文化和語言與英、美、澳有所差異，因此仍有必要觀察台灣國小學童自發抽樣概念的表現，以作為後續相關研究和課程設計的參考。

在抽樣過程中，樣本與母體是處理的對象，隨機是抽取樣本的方法，而代表性樣本是期望的結果。以上所探討的文獻和各國課程內容大致都涵蓋樣本、隨機和代表性樣本三個面向，但並未詳盡考慮母體對抽樣概念的影響，因此除了樣本、隨機和代表性樣本三個面向以外，本研究再加入母體，作為探討自發

性抽樣概念的四個面向。其中樣本包括定義樣本和描述抽取樣本、母體包括定義母體和描述普查、隨機包括簡單隨機和多項分配隨機以及樣本代表性的判斷。此外，在比較各國對抽樣概念課程的編排年段後，選擇以國小高年級學生為研究對象，目的是探討學生在被認為可接受正式的抽樣概念課程之前，其自發性抽樣概念的雛形。

## 參、研究方法

本研究採問卷調查法，研究工具為自編的抽樣概念評量試題。由於本研究探討的是學生的自發性抽樣概念，且國內並未有相關議題的討論，因此在比較各國對抽樣概念課程的年段編排和文獻研究後，選擇以國小高年級學生為研究對象，但礙於人力和時間的限制，並考量調查品質的控管，因而將研究對象的區域限定在臺北地區，未來將可依據此研究結果，探討其他學習階段或其他區域學生抽樣概念的表現和差異。

### 一、研究對象

為了不影響教師教學時間和學校行政負擔，本研究所調查的學校和班級，均事先取得學校行政單位和班級教師同意後才實施，因此並非隨機取樣，但每個學校均事先確認為常態編班，且研究者事前並不知道各班級的程度和背景，原則上樣本分佈盡量符合臺北地區學校規模和區域的結構，以此分層選取 10 所學校，每所學校五、六年級各一班，其中五、六年級學生各 260 位和 263 位。

### 二、評量工具的信效度

本研究參考相關文獻、各國抽樣概念課程內容，訂定評量試題之架構，並依此編製試題，此評量架構和試題經二次專家檢核和二次預試結果而修改：

#### (一) 第一次試題之專家效度檢核和預試

選取新北市某一學校五、六年級各一班學生，依高、中、低數學學習成就各挑選二名學生進行預試和晤談，總計共 12 名學生，並邀請二位專家進行初期

試題之檢核。初期試題的題型有單選題、複選題、問答題等，結果發現學生對試題的回應會受到不同題型的影響而產生混淆。依據專家意見、學生答題和晤談結果，除了進行評量架構、內容和文字的修改外，並將所有試題之題型修改為二階段形式：第一階段為單選題，且將所有選擇題之選項數目調整為 4 個；第二階段為開放式問答題，要求學生解釋為什麼選擇這個選項或定義專有名詞。

## (二) 第二次試題之專家效度檢核和預試

修改後的評量試題再邀請一位專家和一位資深教師進行檢核，並依據專家和教師的建議進行修改，包括調整每個試題之每個選項的長度和情境，使之儘可能一致，修改試題中易誤導學生作答的詞句和數字等。以修改後的評量試題再進行一次預試，主要目的是檢視學生在問答題的回應。此次預試樣本為新北市兩所國小之五、六年級各一班學生，總計 129 人，先將學生問答題的答題情況進行初步的分類編碼，以檢驗是否有特殊或異常的答題狀況，並針對這些學生進行晤談，以了解其真正的想法，作為正式施測後問答題編碼和分析的參考。

## (三) 正式評量試題之項目和信度分析

正式評量試題之結構有四個面向：樣本、母體、隨機、樣本代表性，每個面向有兩個試題，每個試題均為二階段形式，部分試題如表 2 所示。最初問答題之回應是參考 Watson 與 Moritz (2000b) 的抽樣概念六個表現類別，和第二次預試學生問答題之答題整理進行編碼，經過「資料匯入→編碼→討論→修改→重新編碼」不斷來回進行，最後編碼收斂為四個表現層次，如表 3。由於編碼會受到評分者主觀判斷的影響，導致評分者誤差的存在，因此研究者邀請另一位評分者共同編碼，兩位評分者評分結果，Spearman 相關係數為 .90，顯示二位評分者的編碼結果相當一致。研究者和評分者針對部份編碼的差異，再邀請另一位專家教師參與討論，最後取得所有編碼一致。選擇題答對每題 1 分，否則 0 分；問答題依表現的層次每題 1~4 分。

正式施測結果，信度 Cronbach  $\alpha = .81$ 。各選擇題難度在 .52~.75 之間，平均難度為 .60；各選擇題鑑別度在 .31~.64 之間，平均鑑別度為 .43；高分組與低分組在各選擇題和問答題的表現均達顯著差異。



表 2 正式評量部分試題

題號	面向	第一階段選擇題	第二階段問答題
1	樣本	你認為下面哪一個是「樣本」？①一個受歡迎的電腦遊戲。②從全班的作業中抽出的 5 份作業。③一個東西的長相。④某個熱門的商品。	請你自己解釋或舉例什麼是「樣本」。
3	母體	你認為下面哪一個是「母體」？①如果要調查光復國小學生蛀牙的情形，五年 8 班的所有學生就是一個母體。②如果要調查光復國小學生蛀牙的情形，五年 8 班有蛀牙的學生是一個母體。③如果要調查光復國小學生蛀牙的情形，光復國小的所有學生就是一個母體。④如果要調查光復國小學生蛀牙的情形，光復國小的所有老師就是一個母體。	請你自己解釋或舉例什麼是「母體」。
4	隨機	林老師有 12 張 <u>劍湖山</u> 的門票要給班上 36 位學生中的 12 位學生，你建議老師可以怎麼做，才會讓每個學生都有可能拿到門票？①老師用抽籤桶抽 12 支籤，抽出的名字就可以擁有 <u>劍湖山</u> 門票。②給班上成績最好的 12 位小朋友。③老師把 12 張門票分給座號是 3、6、9、12.....36 的 12 位小朋友。④直接給坐在老師附近的 12 位小朋友。	請說明為什麼你會選擇這個答案。
7	代表性	若想調查學校有多少比率的學生想要參加書法社。你認為用下面哪一種方法找人調查比較適當？①調查五年甲班每一位學生的意願。②學校所有學生的名字放進一個箱子裡，抽出並詢問 30 位學生的意願。③調查所有曾經學過書法的小朋友的心願。④調查所有家裡有請家教的小朋友的心願。	請說明為什麼你會選擇這個答案。

表 3 問答題表現層次

題號	面向	層次	編碼類型
1&2 3&5	樣本 母體	一	不知道、沒教過、猜的、直覺、重複問題沒有解釋、無關試題的回應、空白。
		二	使用自己的方法解釋，說明和舉例錯誤或似是而非。
		三	僅從單方面解釋，無法有效連結全體、抽取、部分、調查的關係。
		四	能從多方面解釋，可連結全體、抽取、部分、調查的關係。
4&6	隨機	一	不知道、沒教過、猜的、直覺、重複問題沒有解釋、無關試題的回應、空白。
		二	使用自己的方法解釋，說明和舉例錯誤或似是而非。
		三	使用非正式語言描述，如運氣、可能等，僅注意母體中部份資料的次數分配。
		四	使用正式語言描述，如機率、隨機等，考量或比較整體資料的次數分配。
7&8	代表性	一	不知道、沒教過、猜的、直覺、重複問題沒有解釋、無關試題的回應、空白。
		二	使用自己的方法解釋，說明和舉例錯誤或似是而非；僅考慮觀察值不等於 0 或觀察值等於 0 的對象；方便取樣；沒有察覺偏差。
		三	僅考量樣本數或僅察覺母體範圍但不注重隨機過程；以非正式語言描述；不容許誤差存在。
		四	考慮隨機和母體分佈來抽取樣本；能察覺偏差。

## 肆、研究結果

### 一、抽樣概念整體表現之結果

參考表 4，選擇題 8 題滿分 8 分，學生平均可以得到 4.82 分，即每個學生平均答對題數超過 4 題，但不到 5 題。第二題抽取樣本和第四題簡單隨機的通過率較高，第七題和第八題樣本代表性的通過率較低，但所有試題的通過率皆達 50% 或以上。五、六年級學生平均答對題數有顯著差異。

由表 4 得知，問答題 8 題滿分 32 分，學生平均可以得到 18.32 分，即各問答題的平均得分約為 2.29 分，介於第二層次和第三層次之間。第二題抽取樣本和第四題簡單隨机的平均得分較高，第七題和第八題樣本代表性的平均得分較低，但所有試題的平均得分皆在 2.5 分或以下。五、六年級學生問答題的平均得分達顯著差異。

綜合以上結果，學生在樣本代表性的表現較差，在抽取樣本和簡單隨机的表現較佳，六年級學生的表現顯著優於五年級。以下針對各個概念面向分別討論。

表 4 選擇題和問答題在各面向試題之平均得分表現

面向	題號	選擇題					問答題				
		(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
樣本	1	0.53	14.08**	0.50	0.55	1.18	2.24	5.68**	2.22	2.26	0.82
	2	0.75		0.71	0.79	2.10**	2.45		2.37	2.53	2.71**
母體	3	0.58	2.13**	0.49	0.66	4.06**	2.21	2.23**	2.11	2.30	4.10**
	5	0.62		0.64	0.60	0.89	2.31		2.27	2.35	1.65
隨機	4	0.81	16.37**	0.77	0.86	2.66**	2.50	7.34**	2.28	2.70	7.07**
	6	0.52		0.45	0.58	3.04**	2.23		2.02	2.44	6.93**
代表性	7	0.50	0.79	0.49	0.51	0.48	2.20	0.91	2.15	2.24	1.49
	8	0.51		0.50	0.52	0.48	2.18		2.14	2.22	1.32
總分		4.82		4.55	5.07	2.06**	18.32		17.56	19.04	3.77**

註1：(a)全體平均；(b)同一面向兩個試題之相依T檢定絕對值；(c)五年級平均；(d)六年級平均；(e)兩個年級同一試題之獨立T檢定絕對值。

註2：\*\*  $p < .05$ 。

## 二、樣本面向表現之結果

樣本面向共設計二個試題，第一題為解釋樣本定義，選擇題選項內容參考英國統計教學資源網 CensusAtSchool (<http://www.censusatschool.org.uk>)，第二題為描述或舉例抽取樣本方法。

由表 4 得知，第二題選擇題通過率(0.75)和問答題平均得分(2.45)均顯著高於第一題選擇題通過率(0.53)和問答題平均得分(2.24)，顯示學生在給予各個選擇題題項的情境下較能區辨和描述是否為抽取樣本的方法，但由於未曾接受正式的相關課程引導，因此學生在兩個問答題的回應均集中在第二層次，如表 5 所示。

再由表 4 得知，五、六年級在第一題選擇題與問答題的表現均未達顯著差異，但在第二題選擇題和問答題的表現皆達顯著差異，顯示兩個年級的學生在區辨和說明樣本定義的表現較為一致，但六年級對抽樣方法的區辨和描述顯著優於五年級。

表 5 呈現問答題各層次回應的人數比例和一些較具代表性的回應。以第一題解釋樣本定義為例，第二層次的學生將統計上的樣本當成樣品、標本、模樣、樣式等，顯示這個層次的學生對樣本的理解受到語言和經驗的影響而產生混淆，從個人觀點來對應生活經驗、語言和統計上樣本的意義，致使回應的說明內容似是而非；第三層次的學生雖提到樣本就是一小部分、一些東西、幾個人等，但並沒有將此想法有效地與母體連結，也就是樣本為母體的部份集合；在統計上，相同的樣本取自於不同的母體就會有不同的意義和代表性，僅以抽出「幾個人」或「一些東西」來解釋並不能反映樣本為部分集合的概念；有些學生說明樣本是東西的成分，例如餅乾中的鈉或廢氣中的二氧化碳，但成分是樣本被觀察的特質(變數)，例如從汽車的廢氣中抽取少許廢氣檢查二氧化碳的含量，少許的廢棄為樣本，二氧化碳是少許廢棄被觀察的特質；第四層次的學生能完整說明統計上樣本的意義，不但有部分集合的概念，且提到檢查和調查等抽取樣本的目的。第二題「哪個選項會用到抽取樣本的方法」，選擇題選項的內容都是在描述某個活動過程，例如「計算五年 8 班全班的考試平均分數」、「詢問今天班上所有請假小朋友的請假原因」、「檢查五年 8 班幾個小朋友的作業」，這些活動過程的描述並沒有提及「抽樣」或「樣本」等專有名詞的定義，部分學生在參考這些選項內容的描述並與所認知的抽取樣本方法比較後，於問答題舉例或說明的結果可提升至第三層次或以上。

表 5 樣本面向試題之問答題各層次學生回應舉例和人數比例分配

題 1：樣本定義		人數比例	學生回應
第二層次	65.01%		樣品。標本。一模一樣的假東西。一種只有供觀看的物品，不能真正拿來使用的東西。範例。樣飾。樣式。
第三層次	8.03%		一小部分。先找幾個東西或人，這樣就叫樣本。被檢查的東西。東西的成分、質料。
第四層次	14.34%		所有拿出來檢查的東西，也是母體的一部分。統計調查時從全體中所挑選的實際調查對象。所有人裡面，隨便取出一些人來觀察檢查，那些人叫做樣本。
題 2：抽樣過程		人數比例	學生回應
第二層次	47.23%		把生物固定住抽出來。找一個最好的當範本。自然課時取出模型，以方便製作。工人看藍圖是否有不好的。
第三層次	20.75%		拿一些東西檢查。學校尿液檢查。從機車廢氣抽取二氧化碳。
第四層次	18.83%		一箱飲料中，抽出 5 瓶來檢查。食物中毒，從患者吃的食物中，抽取一部份來做檢驗。統計方法的一種，在全部裡隨機抽取一定的數量，進行調查，推算全部的一般情況。

註：第一層次人數比例，題 1 為 12.62%，題 2 為 13.19%

### 三、母體面向表現之結果

母體面向共設計二個試題，第三題為解釋母體定義，第五題為解釋普查方法。

由表 4 得知，第五題選擇題通過率(0.62)和問答題平均得分(2.31)均顯著高於第三題選擇題通過率(0.58)和問答題平均得分(2.21)，顯示學生在給予選擇題項的情境下較能區辨和描述普查過程，但由於未曾接受正式的相關課程引導，因此學生在兩個問答題的回應均集中在第二層次，如表 6 所示。

再由表 4 得知，五、六年級在第三題選擇題與問答題的表現均達顯著差異，但在第五題選擇題和問答題的表現皆未達顯著差異，顯示兩個年級的學生在區辨和描述普查過程的表現較為一致，但六年級對母體定義的理解顯著優於五年級。

表 6 母體面向試題之問答題各層次學生回應舉例和人數比例分配

題 3：母體定義		人數比例	學生回應
第二層次	59.56%		根源。母親的身體。分母。本性。最重要的東西。第一項成品。團體的重要人物。真正物品本身。某一件事、物的單位。長輩的意思。
第三層次	21.03%		東西的整體。在此單位底下的所有人。最多人聚集的團體。所有物體組成的群體。某樣東西的全部。
第四層次	6.31%		從「」抽出幾個來調查，「」＝母體。一堆不同的事物集結起來準備要讓人抽取幾個來檢查。一個大群體，從中進行抽樣調查。
題 5：普查過程		人數比例	學生回應
第二層次	55.74%		做簡單的檢查。基本的調查。抽查。普通檢查。把東西查出來。檢查。初期的檢查。隨時檢查。一般檢查。隨意檢查。檢查生活作息。大略檢查。
第三層次	18.93%		普遍檢查。大面積的測量。全部一起。全部或母體的東西，一起做一樣的事。
第四層次	12.43%		調查全部的母群體。每年全部的人都要做的檢查，就叫普查。將整個(班級、人口等)做一次全面檢查。大規模檢查，涵括所有東西。就是調查全部人，不單只是抽幾個人。

註：第一層次人數比例，題 3 為 13.10%，題 5 為 12.91%

表 6 呈現問答題各層次回應的人數比例和一些較具代表性的回應。以第三題解釋母體定義為例，第二層次的學生將統計上的母體當成媽媽的身體、長輩、重要的人物、第一項成品、真正物品本身等，此層次的學生直接從字面轉譯或引申，而母體在語言上確實也是用來表示孕育幼兒的人、雌性動物的身體或可

分化出子體的本體，顯示這個層次的學生對母體的理解受到語言和經驗的影響而產生混淆，從個人觀點來對應生活經驗、語言和統計上母體的意義；第三層次的學生使用全部、所有、整體等字眼描述，雖然與統計的母體定義接近，但並沒有完整表現母體在抽樣過程中的意義，也就是母體和樣本的關係；第四層次學生較能完整描述統計上母體的意義。第五題解釋普查，許多學生直接從字面解譯，例如「普通檢查」、「普遍檢查」、「全部檢查」等；由於「普查」的字面解譯與統計上「普查」的意義相近，但是「母體」在生活用語上有別於統計上「母體」的意義，使得學生在第五題普查方法的表現顯著優於第三題母體定義的表現，較多學生對普查過程的描述可提升至第四層次。

#### 四、隨機面向表現之結果

隨機面向共設計二個試題，第四題為解釋簡單隨機結果，第六題為解釋多項分配隨機結果。

由表 4 得知，第四題選擇題通過率(0.81)和問答題平均得分(2.50)均顯著高於第六題選擇題通過率(0.52)和問答題平均得分(2.23)，顯示學生在給予各個選擇題題項的情境下較能區辨和描述簡單隨機，但由於未曾接受正式的相關課程引導，因此學生在兩個問答題的回應均集中在第二層次，值得注意的是第六題多項分配隨機有多達 27.92% 的學生被歸類在第一層次，無法提升至第二層次，而第四題簡單隨機有較多學生可從第三層次提升至第四層次，如表 7 所示。

再由表 4 得知，五、六年級在兩個試題之選擇題與問答題的表現均達顯著差異，顯示六年級對簡單隨機和多項分配隨機的理解顯著優於五年級。

表 6 呈現問答題各層次回應的人數比例和一些較具代表性的回應。以第四題簡單隨機為例，大多數第二層次的學生認為應該把門票分給某些特定的人，例如功課好的人或功課不好的人，甚至有些學生會以「公平」來描述此結果，但此「公平」並非機率的公平，而是「付出」和「獲得」的平衡，有些學生的說明是出自於對老師和自我的信任，有些學生則從均勻的觀點來分配門票，總之這個層次的學生是以個人觀點、生活經驗和語言來說明此過程，完全沒有隨機的想法；第三層次的學生會使用公平、運氣、可能、不知道是誰等來說明隨機的結果，或者使用指定、決定等來說明非隨機的結果，也就是這個層次的學生已有初步隨機的想法，能辨別隨機和非隨機的影響，只是沒有使用較正式的

語言來描述；第四層次的學生能使用機率、機會、隨機等來描述隨機的結果，甚至可以描述每個人都有可能拿到門票的原因。第六題解釋多項分配隨機樣本的可能性，有大約 27.92% 的學生在問答題中空白、不知所云或亂猜，學生選擇錯誤選項的原因，除了依據個人的經驗和偏好外，多數表現出「機率」的迷思，例如「每個數字被抽取的機會都一樣」或「每個數字都應該被抽中」，這樣的想法可能是受到簡單隨機概念的影響。另外，許多學生僅注意到某個數字的球數特別多，但忽略其他數字的球數的影響，即僅注意部份資料的分佈而導致選擇錯誤選項。

表 7 隨機面向試題之問答題各層次學生回應舉例和人數比例分配

題 4：簡單隨機 人數比例		學生回應
第二層次	47.61%	抽籤會讓成績不好有僥倖心理。當成獎賞。每三個號碼給一張比較平均。你只要成績變好，自然而然就會被抽到了。老師是公平的。自己抽的。
第三層次	16.83%	用抽的比較公平。看運氣，不指定某人。不會讓小朋友不公平。其他方法都已經決定了。這樣不會有人知道籤會抽到誰。用抽的來決定，都有可能輪到。
第四層次	22.75%	所有小朋友的名字都在籤筒裡，這表示每個小朋友都有機會拿到門票。籤筒內有全班的號碼，是隨機抽取，所以全班都有機會。這是機率問題，每個人都有一定的機率可以抽到。
題 6：多項分配 人數比例		學生回應
第二層次	34.23%	數字都一樣。數字沒有重複。之前有抽過類似的號碼。數字比較混亂。我比較喜歡 3。人的手下去大概在那裡。順序比較重要。抽到每一個號碼的機率都會相同。這樣比較均勻。
第三層次	24.86%	3 比較多。因為 1、2、3 的數量都有 2 顆以上，所以被抽到的機率較大。因為 4、5 比較少，所以不可能抽到。
第四層次	13.00%	因為 1 有四顆，2 有三顆，3 有六顆，其他都低於兩顆以下。在 15 顆球中所佔的比例很高，相對的機率也較大。編號 1 佔 4/15，編號 2 佔 3/15，編號 3 佔 6/15。

註：第一層次人數比例，題 4 為 12.81%，題 6 為 27.92%



## 五、樣本代表性面向表現之結果

樣本代表性面向共設計二個試題，兩個試題都是以學校學生的活動為情境，第七題調查學校學生參加書法社的意願，第八題調查學校學生是否看過「海角七號」電影，目的是要選取適當的樣本，使樣本比率接近母體比率的可能性最大，其中第八題選擇題的選項改編自 Watson (2003)的試題。

由表 4 得知，第七題選擇題通過率(0.50)和問答題平均得分(2.20)與第八題選擇題通過率(0.51)和問答題平均得分(2.18)未達顯著差異，顯示即使給予不同的情境內容和選項，學生對樣本代表性的區辨和描述能力大致相同，但由於未曾接受正式的相關課程引導，因此學生在兩個問答題的回應均集中在第二層次，值得注意的是兩個試題分別有多達 30.21%和 30.59%的學生被歸類在第一層次，無法提升至第二層次，如表 8 所示。

再由表 8 得知，五、六年級學生在第七題和第八題選擇題與問答題的平均表現均未達顯著差異。顯示兩個年級的學生在區辨和說明樣本代表性的能力是一致的。

表 8 樣本代表性面向試題之問答題各層次學生回應舉例和人數比例分配

題 7：代表性 人數比例		學生回應
第二層次	37.67%	叫自願的去。學生是要代表全校學生來參加比賽，所以要學過書法。直接調查一個班級比較方便省時。學過書法，所以一定有意願。全班一樣全校也差不多。
第三層次	14.53%	人數多比較準。所有調查方法都只能代表一部份而已，應該是全校學生都要調查。
第四層次	17.59%	因為全校學生都在母體中，且可包含學過和沒學過書法的學生，不一定是抽到對書法有興趣的。因為是隨機的，不管幾年級的學生都有可能被抽到。只調查一個班說不定這個班都喜歡書法社。如果請學過書法的問，必定以有興趣居多，所以無法知道整體的意願。

表 8 樣本代表性面向試題之問答題各層次學生回應舉例和人數比例分配(續)

題 8：代表性 人數比例		學生回應
第二層次	33.37%	只要是問卷就可以很清楚了解。好朋友比較會幫忙填問卷。主動交問卷的人比較好。問六年級較成熟。如果抽太多會太麻煩，所以不要抽太多人。這個方法選出來的人都有看過。因為是百分比，所以要有一百人。
第三層次	23.33%	因為小夫給全校問卷。問比較多人。
第四層次	12.72%	隨便選擇人選而且找了比較多的人。隨機抽出的人。因為好朋友大部份的想法都一樣，不可以只調查六年級的同學，因為每一個年級的想法都不同，而只收集前面 60 個人的問卷可能都是空白。

註：第一層次人數比例，題 7 為 30.21%，題 8 為 30.59%

表 8 呈現問答題各層次回應的人數比例和一些較具代表性的回應。以第七題調查參加書法社的意願為例，第二層次的學生認為既然要調查參加書法社的意願，就一定是要有意願的人才是調查的對象，而這些學生佔了第二層次的絕大部分，有些學生僅考慮取樣的方便性，有些學生將生活中使用的「代表」混淆為統計上的代表性，例如學過書法才能代表學校比賽；第三層次的學生認為樣本越多越好，也會注意到母體的範圍，例如因為要調查全校的學生，所以當然是從全校的學生找人來問囉！但是如果樣本不是隨機抽取，就算樣本多，母體是全校的學生，得到的樣本仍然不具代表性，有些學生認為抽樣的方法都不好，唯有普查才最準確；第四層次的學生不但強調樣本數多，且認同隨機的重要，也能察覺有些抽樣方法會產生偏差。

## 伍、結論與建議

### 一、結論

#### (一) 由於未曾接受正式的抽樣概念課程，因此多數學生的表現受到生活經驗和語言的影響，集中於以個人觀點回應或從字面直接解譯

由於未曾接受正式的抽樣概念課程，使得多數學生無法將概念作精確的描述，僅從生活中類似的經驗或直接理解字面的意義來說明，例如「樣本」為「樣品」或「標本」、「母體」為「媽媽的身體」或「分母」、「普查」為「普通檢查」或「大量的檢查」、「代表」指的是「具有特殊能力或特質的人」、「公平」意指「付出與獲得的平衡」或「均勻分配」等。有些語言和經驗確實對學生抽樣概念的建構有助益，例如「普查」的字義和「簡單隨機」的經驗，但有些語言和經驗則容易混淆學生對統計專有名詞的認知，例如「母體」的字義、使用「公平」和「代表」的經驗等。Watson (2004)的研究認為理解抽樣概念並不完全以數學技能為基礎，與閱讀素養和社會理解也有相當重要的關係。

#### (二) 學生傾向使用具體形物來描述樣本和母體

在解釋樣本和母體定義時，學生的說明大多與具體實物有關，例如「樣本」為「樣品」、「標本」、「東西的成分、質料」、「人們所抽取的物品」等，「母體」為「媽媽的身體」、「第一項成品」、「在此單位底下的所有人」等，此與 Jacobs (1999)和 Watson 與 Moritz (2000a)的研究結果一致。

#### (三) 學生較能從生活的、活動的情境中建構抽樣概念，因此對簡單隨機、抽樣方法較能區辨和回應

無論選擇題或問答題，學生在簡單隨機的區辨和抽樣方法的描述具有較好的表現，而簡單隨機抽樣正是學生生活中較常經驗的活動。此結果可呼應澳洲、英國和美國對中小學抽樣概念課程的建議，藉由活動引入學生的生活經驗，進而建構初始的抽樣概念。國內中小學並沒有抽樣概念課程和相關研究，但類似的結果可在鄒聖馨和鍾靜(2001)的研究中得到驗證，即以統計思維、具體活動、真實資料以及分析解釋的理念所發展的百分數和百分圖之「真實解讀計畫」課程，接受此課程的學生不但對真實的資料較有興趣，能從中理解統計方法的實用性，也較能針對統計資料進行適當的推論。

**(四)有相對較多的學生無法解釋多項分配之隨機樣本的可能性，部分回應受到簡單隨機經驗的影響，或僅注意部分資料的次數分配**

對於多項分配隨機，有相對較多的學生在問答題的回應為空白、不知所云、亂猜或依據個人的經驗和偏好回應。另外，研究結果發現部分學生的回應受到簡單隨機經驗的影響，例如「每個數字被抽取的機會都一樣」或「每個數字都應該被抽中」。許多學生僅注意到部分資料的次數分配，而沒有從整體資料的分佈來回應抽樣結果的可能性。

**(五)有相對較多的學生無法解釋樣本代表性的意義，部分學生反應資料測量結果不等於 0 的對象才能屬於被調查的樣本**

學生可以描述抽取樣本的方法，可以認同簡單隨機的重要，但是無法理解用此方法所抽取的樣本有何意義，也就是無法連結抽樣和隨機來理解統計上的公平性和代表性。部分學生可以認同便利樣本可能產生偏差和樣本數越多越好，他們在乎樣本是否涵蓋所有類型的個體，或者堅持母體中的元素是變異的而不贊成抽樣，這些回應與文獻探討中許多學者的研究結果相似。但本研究發現更多數的學生認為資料測量結果不等於 0 的對象才有資格屬於被調查的樣本，例如「要調查參加書法社的意願就要調查學過書法的人」、「因為這個方法選出來的人都有看過(海角七號)」。

## 二、建議

**(一)設計抽樣概念課程，實施教學實驗**

本研究僅探究自發性抽樣概念的雛形及影響其建構的因素，因此研究結果並不能對國小統計課程是否適合引入抽樣概念做建議，但未來可參考本研究結果，設計抽樣概念課程，實施教學實驗，進行評估。

**(二)以不同年段或不同區域的學生為研究對象，探究生活經驗和語言如何影響自發性抽樣概念各個面向的表現**

本研究結果發現，學生自發性抽樣概念的雛形受到生活經驗和語言的影響，有些經驗和語言對學生抽樣概念的建構有助益，有些則容易混淆學生對統計專有名詞的認知，因此抽樣概念與閱讀素養和社會理解的成熟度應有相當重

要的關係，本研究結果顯示六年級學生整體的抽樣概念表現顯著優於五年級，尤其在抽取樣本、母體定義、簡單隨機和多項分配隨機，但在樣本定義、普查方法、樣本代表性的表現並沒有顯著差異，因此生活經驗和語言如何影響以及影響抽樣概念的哪些面向，可深入探究。由於本研究之研究對象的年段(五、六年級)和城鄉區域(臺北地區)的差距不大，因此建議未來可選擇更高年段或城鄉區域差距較大的學生作為研究對象，應更能呈現和了解學生生活經驗和語言的成熟度對抽樣概念表現的影響。

### (三)利用晤談深入探究學生多項分配隨機和樣本代表性的迷思和不回應

本研究結果發現，相對較多數的學生在多項分配隨機和樣本代表性的回應屬於第一層次；此外，部分學生在「多項分配隨機」的回應受到簡單隨機的經驗影響，在「樣本代表性」的回應認為資料測量結果不等於 0 的對象才能屬於被調查的樣本，這些具有迷思概念和不回應的學生需要利用晤談更深入探索。

## 參考文獻

- 林美珍(譯)(2004)。《兒童認知發展：概念與應用》(原作者：Siegler, R. S.)。臺北市：心理出版社。
- 教育部(2003)。《國民中小學九年一貫課程綱要—數學學習領域》。2009年6月25日，取自：[http://www.edu.tw/eje/content.aspx?site\\_content\\_sn=4420](http://www.edu.tw/eje/content.aspx?site_content_sn=4420)。
- 教育部(2004)。《普通高級中學課程暫行綱要—數學領域》。2009年6月25日，取自：[http://www.edu.tw/high-school/content.aspx?site\\_content\\_sn=8411](http://www.edu.tw/high-school/content.aspx?site_content_sn=8411)。
- 教育部(2008)。《普通高級中學課程綱要—數學領域》。2009年6月25日，取自：[http://www.edu.tw/HIGH-SCHOOL/content.aspx?site\\_content\\_sn=20674](http://www.edu.tw/HIGH-SCHOOL/content.aspx?site_content_sn=20674)。
- 鄒聖馨、鍾靜(2001)。真實解讀計劃(AEP)在國小統計教學之實施研究。《科學教育研究與發展季刊》，24，61-80。
- 蘇國樑(1999)。統計概念的啟蒙和發展。《科學教育月刊》，220，9-16。
- Australian Education Council (1991). *A national statement on mathematics for Australian schools*. Australia: Curriculum Corporation.
- Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy*. New York: Academic Press.

- Jacobs, V. R. (1999). How do students think about statistical sampling before instruction? *Mathematics in the Middle School*, 5, 240-263.
- Metz, K. E. (1999). Why sampling works or why it can't: Ideas of young children engaged in research of their own design. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21<sup>st</sup> annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 492-498). Cuernavaca, Mexico: PME.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Retrieved June 25, 2009, from <http://standards.nctm.org/>
- Qualifications and Curriculum Authority. (1999). *National curriculum: The primary curriculum*. Retrieved June 25, 2009, from <http://curriculum.qcda.gov.uk/key-stages-1-and-2/index.aspx>
- Qualifications and Curriculum Authority. (2007). *National curriculum: The secondary curriculum*. Retrieved June 25, 2009, from <http://curriculum.qcda.gov.uk/key-stages-3-and-4/index.aspx>
- Rubin, A., Bruce, B., & Tenney, Y. (1991). Learning about sampling: Trouble at the core of statistics. In D. Vere-Jones (Ed.), *Proceedings of the third international conference on teaching statistics* (Vol. 1, pp. 314-319). Voorburg: International Statistical Institute.
- Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 465-494). New York: NCTM & Macmillan.
- Siegler, R. S. (1998). *Children's thinking*. Prentice Hall: Pearson Education.
- Tryphon, A., & Vonèche, J. (1996). *Piaget-Vygotsky: The social genesis of thought*. Hove: Psychology Press.
- Watson, J. M. (2004). Developing reasoning about samples. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 277-294). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Watson, J. M. (1997). Assessing statistical literacy using the media. In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 107-121). Amsterdam: ISO Press and the International Statistical Institute.
- Watson, J. M., Collis, K. F., & Moritz, J. B. (1995, November). *The development of concepts associated with sampling in grades 3, 5, 7 and 9*. Paper presented at the Annual Conference of the Australian Association for Research in Education, Hobart.
- Watson, J. M., & Moritz, J. B. (2000a). Development of understanding of sampling for statistical literacy. *Journal of Mathematical Behavior*, *19*, 109-136.
- Watson, J. M., & Moritz, J. B. (2000b). Developing concepts of sampling. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*, 44-70.

# Exploring the Spontaneous Concepts of Sampling of 5th and 6th Graders

Hsing-Me Chen<sup>1\*</sup> Che-Fu Lin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics and Information Education, National Taipei University of Education

<sup>2</sup> New Taipei City Kuangfu Elementary School

\*[hsingme@yahoo.com.tw](mailto:hsingme@yahoo.com.tw)

## Abstract

Although the sampling concept is not introduced in elementary school mathematics curriculum, students often experience simple random sampling in their daily life. Therefore, we conducted a survey method and designed a questionnaire to explore the spontaneous sampling concepts of 5<sup>th</sup> and 6<sup>th</sup> graders from their daily life experiences and information. The questionnaire consist of four components , including sample, population, random, and sample representation. A total of 523 elementary school 5<sup>th</sup> and 6<sup>th</sup> graders from Taipei area participated in this research. The results showed that the performances of most students were influenced by their daily life experiences and language. Students tended to use concrete objects to describe sample and population. A relatively large number of students were unable to explain random samples from the multinomial distribution and significance of the sample representation, and therefore presented misconceptions.

Keywords : spontaneous concepts of sampling, 5<sup>th</sup> and 6<sup>th</sup> graders, statistics