

數常識過程導向加強教學活動之研究

陳霽頡¹ 楊德清^{2*}

¹ 國立嘉義大學國民教育研究所

² 國立嘉義大學數學教育研究所

* dcyang@mail.ncyu.edu.tw

(投稿日期：2010.3.4；修正日期：2010.4.14，2010.4.23；接受日期：2010.5.4)

摘要

本研究乃針對完成小學數學學習領域第一階段學生(1-3年級)，設計與實施數常識過程導向加強教學活動，提升學生在本階段所應具備的數常識能力。首先，本研究運用數常識測驗檢視一班國小三年級學生之數常識能力，並透過訪談分析數常識能力高、中、低學生，接著設計並實施數常識過程導向加強教學活動於此班學生，最後則再次透過測驗與訪談探究學生於加強教學活動後數常識能力之改變。研究結果顯示：學生在加強教學活動歷程中提升了數常識，且在評量與訪談中展現彈性靈活的數常識能力。研究者反思後發現本研究透過漸進式佈題設計(例行性問題、非例行性問題、挑戰題)與過程導向教學設計的加強教學活動能夠有效引導學生運用數概念判斷數線上的數值。研究建議，教學者應適時運用測驗與訪談了解學生之數常識能力，並根據學生在測驗與訪談的表現，選擇適當的數常識過程導向加強教學活動實施，以有效地提升學生的數常識能力。

關鍵字：小學數學、過程導向教學、數常識

壹、研究動機與目的

21 世紀所需要準備的算術技能和理解不同於以往世代的期待，因而一些數學教育家指出如果數學教學上過度強調四則運算的練習將產生學習上的缺失 (Hedrén, 1999; Verschaffel, Greer, & De Corte, 2007; Yang, 2005; Yang & Li, 2008)。Anghileri (2006) 與 Hedrén (1999) 進一步指出傳統四則運算可能會嚴重的限制學生的思考和取代學生對於運算方法的發現，導致無法提升學生的認知能力，長遠來看可能會阻礙學生數學能力的發展，無法培養學生在科技社會中解決問題的能力。新世代的教學應更加著重在連結數與運算背後的邏輯架構，強調學生應該在學會運算四則運算的同時，去進行心智上的思考、觀察數字組型、討論數與運算的相關聯結，並能合理地預測結果 (Anghileri, 2006; Dunphy, 2007; National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000)。由此可知重視數常識乃是對於過分重視缺乏思考的計算程序的一種反思 (Anghileri, 2006)。

諸多研究指出，國內的學生普遍具有高度熟練計算的技能，他們傾向運用四則運算去解釋與推論，但卻無法轉換為數常識相關之非計算策略於解題，僅有極少數的學生能夠活用數常識解題，顯示出計算技能的高度發展並無法伴隨數常識的成長 (Yang, 2005; Yang & Li, 2008)。例如：當學生要求去找算式「 $32 \times 75 \div (8 \times 25)$ 」的答案，他們通常需要按步驟去計算出 $32 \times 75 = 2400$ ， $8 \times 25 = 200$ ，然後再運算 $2400 \div 200 = 12$ (Yang & Hsu, 2009)。上述實例顯示出對學生而言彈性的去發現數字間的關係是困難的，學生無法透過對於數字的靈敏度簡化運算：採用 $32 \div 8 = 4$ ， $75 \div 25 = 3$ ，來快速地求得答案等於 $4 \times 3 = 12$ 。顯然在近代逐漸重視數常識發展之際，學生的數常識並沒有如預期般提升。所以本研究期望能夠針對完成小學數學學習領域第一階段學生（1-3 年級），設計數常識過程導向加強教學活動，提升學生在本階段所應具備的數常識能力。因此，本研究之核心乃為透過適時地著眼於發現、瞭解學生的數常識發展現況，進而提出有效的數常識加強教學活動以強化和提升學生的數常識。

基於上述之研究動機，本研究目的如下：

- 一、分析過程導向設計數常識加強教學活動之實施歷程與教學反思。
- 二、探究國小三年級學生在實施數常識過程導向加強教學活動後數常識能力之改變。

貳、文獻探討

一、數常識

數常識可以解釋為個人對數字、運算以及數字和運算之間關係的概括性了解，以及處理和數字相關的日常生活情境問題的能力，並運用這個能力發展有用的、彈性的、有效率的策略（包含心算和估算）去解決數字情境的問題（楊德清，2002；Berch, 2005；McIntosh, Reys, Reys, Bana, & Farrel, 1997；Yang, Li, & Lin, 2008）。以下歸納國內外學者（NCTM, 2000；McIntosh et al., 1997；Yang et al., 2008）對於數常識組成架構之立論，並由此建立本研究所賴以為理論根基之數常識組成架構：

（一）瞭解數與運算的基本意義

如能夠明白 $\frac{2}{3}$ 是指稱以整體為 1，並將其等分為 3 份中的 2 份；能夠「 $15 \times 26 \div 44 \times 11 \times 7 \div 9 \times 0 \div 15 = 0$ 」，明白「 $\times 0$ 」對於運算式的影響。

（二）數與運算的多重表徵

具有數與運算多重表徵的能力，如學生能夠明白 $\frac{3}{10} = 3$ 個 $\frac{1}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$ ；能連結數線圖或圓餅圖表徵 $\frac{3}{10}$ 的大小。

（三）數字的分解與合成

能夠運用數字的分解和合成以解題，如面對「 $130 \times 4 + 130 = ()$ 」，能夠套用情境或運用自我對於運算意義的認知，將算式轉換為 4 台 130 元的削鉛筆機的錢加上 1 台 130 元削鉛筆機的錢等於 5 台削鉛筆機的錢，也就是能將「 $130 \times 4 + 130$ 」轉譯成「 130×5 」。

（四）運算結果之合理性的判斷

此為對於解題結果進行合理的判斷，例如能夠彈性運用數字之間的關係去判斷數列的結構，如面對「 $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, (), 1$ 」，能夠推論「 $() = \frac{3}{4}$ 」。

(五) 比較數字的相對大小

此為能夠善用數字相對大小的概念，例如不依賴四則運算結果而能夠比較「 $371+145$ 」和「 $350+140$ 」的大小。

二、過程導向教學模式

過程導向教學和傳統教學為兩種不一樣的教學取向。傳統的數學教學代表著成果導向(product-oriented)的教學方式，要求學生不斷精熟練習以達到自動化解題的境界；而過程導向教學則可視為是一種自我探知的過程 (Raimes, 1986)，教師將課程融入過程導向的教學流程中，以佈題方式呈現學習的核心思考，鼓勵學生對問題提問後，讓小組進行討論並分享討論成果，藉由學生詳盡的陳述、質疑與辯證等建立共識的過程，引導學生建立學習概念。典型的過程導向教學活動包括以下元素：自由寫作（如學習心得日誌、數學寫作、故事創作等）、小組討論、同儕互評、內容回饋、師生晤談...等 (Pennington, Brock, & Yue, 1996)。Reys 等人 (1991) 認為發展過程導向的數常識教學活動乃是幫助兒童發展數常識的最佳途徑，並提出過程導向教學活動包含 1.在教學過程中提問、2.引導學生記錄討論過程中的想法、3.鼓勵學生嘗試多元解題方法、4.引導學生根據情境選擇合適的計算工具，以及 5.引導學生主動思考與自我對話。Wood、Williams 與 McNeal (2006) 的研究中也發現，教師在教學中建立學生相互質疑與辯證的環境，透過引導學生提出多元的解題策略，能夠增進學生反思的能力，使學生數學思維邁向更高的層次。綜上所述，學者 (Pennington et al., 1996; Raimes, 1986; Reys et al., 1991; Wood et al., 2006) 強調過程導向教學是透過教學過程的提問、學生思考、質疑、辯證以及反思的歷程，來提升學生的學習效能。國內學者楊德清 (2002) 所提出之過程導向教學模式 (圖 1) 乃基於上述文獻之理論基礎，進一步強調提問問題的價值性、趣味性、富含生活情境性以及再一次佈題檢驗學生學習成果，所發展而成的過程導向教學模式結構。他認為教師若能夠提供有價值並能引發學生興趣的數學問題，並鼓勵和引導學生探究、溝通和推理，將使得學生在小組討論與全班分享真實生活情境問題的解題過程中，有效的發展數常識能力。此過程導向教學模式首先依各單元之設計佈題，以投影片呈現出問題情境，在說明題意後，鼓勵學生針對題意發問以確認學生是否瞭解題意。接著引導小朋友進行分組討論，並將討論內容記錄在學

習單上。在分享成果階段，教師必須鼓勵學生進行詳盡的陳述，並導引他組每位同學對學生的發表過程問題提出質疑，再結合報告者回答進行思維辯證。研究者並適時以學生的發表當作引導學習的基礎，提出進一步的問題，鼓勵學生參酌他人觀點發展不同的解題策略，以面對多元化的挑戰問題，並提醒學生遇到困難時主動尋求教師以及同儕的協助。各組發表後，教師需要引導學生提出解決問題的結論，並進行總結。最後，教師可以運用類似的問題再佈題檢驗兒童的學習成果。

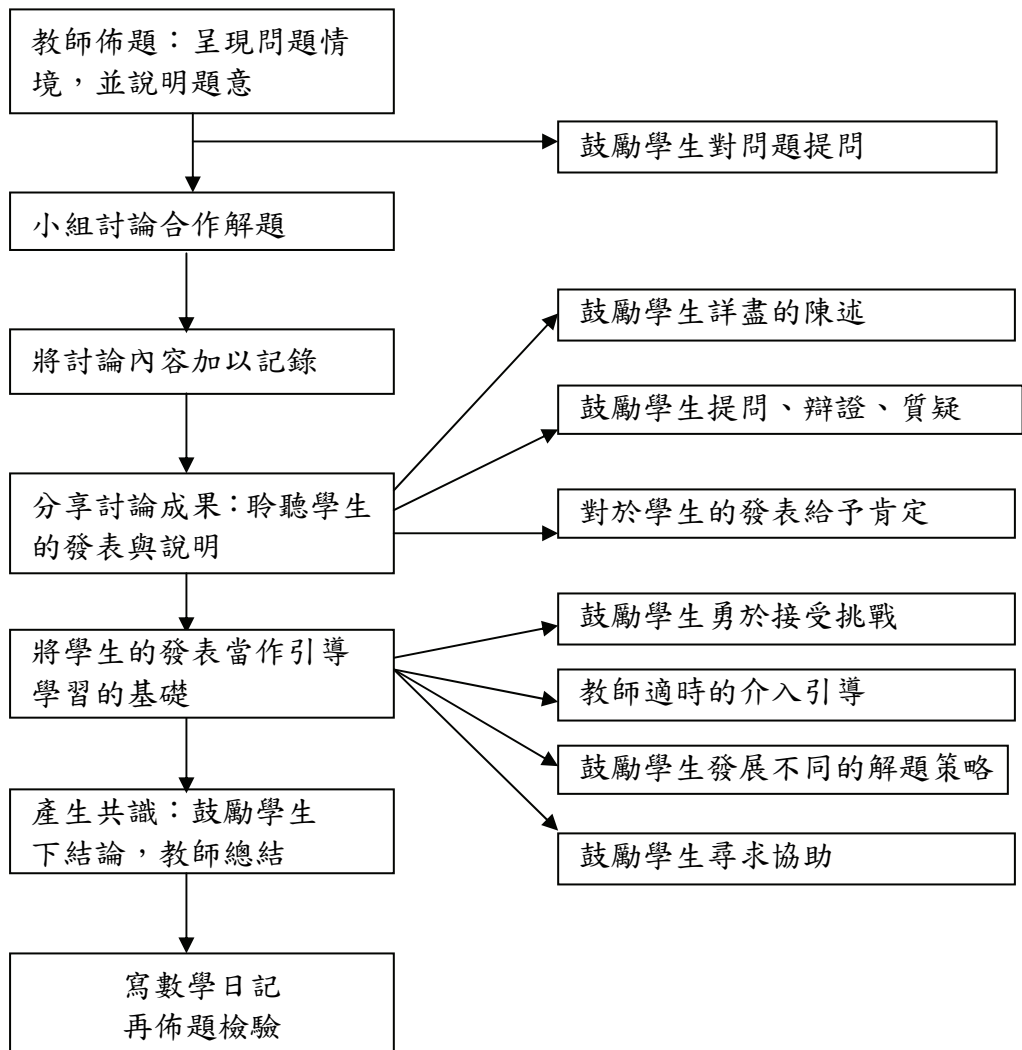


圖 1 過程導向之教學活動流程（楊德清，2002，頁 238）

三、加強數常識教學之相關研究

Markovits 與 Sowder (1994) 設計教學研究協助學生探索數字、運算以及數字與運算之間關係的數常識內容，來發展與強化美國七年級學生的數常識。研究中的教學內容包括了心算、比較數字大小及估算等等。其教學理念則是透過具挑戰性的佈題方式刺激學生們思考，期望能夠加強學生的心算、比較數字大小及估算能力，並適時的引領學生探討相關的數常識問題。經過一年的教學時間後，研究發現學生們大都能夠彈性使用數常識的策略在數字大小、心算及估算等教學主題上，並展現比原先更為深入的理解。而本研究乃是基於學生完成數學領域第一階段數學學習後，應該達到而未能達到的數常識能力進行加強教學，屬於加強基礎教學課程（杜正治，1993）。加強基礎教學課程內容偏重於學生在正規課程中未能習得的基本技巧或是學習能力，為補救教學課程內容中所包含的其中一類型（張新仁，2001）。因此，本研究結合數常識教學原則與補救教學原則進行數常識加強教學活動，其所根據的教學原則如下所述：

（一）數常識教學原則

Howden (1989) 曾提出下列兩個數常識教學原則：

1. 對數字友善：在發展數常識之前須先對數字產生友善的感覺。
2. 有技巧的教師與鼓勵好奇與探索的環境：教師本身對數字的敏察，並營造出鼓勵學生探索數字意義的環境。

Resnick (1989) 針對低年級學生數常識能力的發展提出了五點教學原則：

1. 將學生已發展之非正式知識拉進課室的學習。
2. 建立學生對學習的自信心。
3. 使用正式格式記錄討論的結果。
4. 儘快地介紹整數加法結構。
5. 鼓勵在日常生活發現問題。

（二）補救教學原則

就課程內容而言，補救教學因教育的理念、教師的素養、學習的設備以及學生本身的需要，而呈現多樣化類型（張新仁，2001）。本研究之加強教學屬於加強基礎教學課程（杜正治，1993），為補救教學課程其中一類型。因此，本研究乃參酌張新仁（2001）所提出補救教學的原則，作為本研究數常識過程

導向加強教學實施時的考量。

1. 評量方法的多元性

本研究實施的加強教學活動的前置作業是評量，評量出的學習弱點是加強教學的目標，所以能正確和完整的評量出學生的學習弱點才能造就一套有效的教學方案，因此老師應該運用一套有結構的評量系統來評估加強教學的焦點。

2. 運用評量資料設計教學

分析評量的結果可以知道加強教學的焦點何在，並據以設計一套有效率的加強教學課程，才能幫助學生釐清學習困難，達到有意義的學習。

3. 持續評量

「持續評量」即是教學—評量—教學—評量的循環歷程，適時地在教學後使用再評量方可敏銳和細心的觀察判斷學生的反應和成長情形。

4. 教材符合學習原則

教學並非一蹴可幾，須考量由淺入深的學習原則，將學習作適當的安排和連結，才能穩固學生的概念和增強其學習動機。

5. 教材應具高度的結構性

教材內容的學習目標需明確與具體，從複習學生的先備知識出發，幫助學生掌握學習的重心，如此結構性的教學流程才能幫助學生建立紮實的概念。

參、研究方法

一、研究樣本

本研究採立意取樣的方式，透過教學經驗與觀察選擇嘉義縣某國小一班數常識能力不佳的三年級學生為研究對象，包含一班樣本學生 17 名（男生 8 名、女生 9 名），均接受教學前測、前測訪談、數常識過程導向加強教學、後測與後測訪談。訪談對象乃根據教學前測，從樣本學生的高分組（前 20%）、中分組（40-60%）與低分組（後 20%）各取 2 名受訪學生來進行數常識前、後測訪談，分析學生在數常識過程導向加強教學活動實施後數常識能力之變化。此外，本研究基於以下五點因素，選擇全班學生為加強教學的對象。

（一）樣本學生全班的數常識能力表現不佳，全班的平均數僅有 57.41 分。

（二）訪談學生的過程中發現數常識測驗成績高分組學生無法靈活的運用數常

識的概念解題，例如學生在能夠運用數字的意義或特徵解題的情境之下，卻選擇採用比較不靈活的算則解題。

- (三) 研究選擇全班學生為加強教學對象，避免在研究過程中，學生被給予標記，而對於學生的學習產生負面的效應。
- (四) 研究期間為學校學期上課期間，以全班上課的方式配合學校活動的實施，避免造成研究班級在上課期間學生分散的不便狀況。
- (五) 研究班級學生人數不多，僅有 17 人，研究本著「帶好每一位學生」的教育理念期望給予每個孩子數常識能力成長的機會，於是以全班教學的方式，期望能夠提升每位學生的數常識能力。

二、研究設計

本研究結合量化與質性資料的蒐集與分析雙管齊下進行，在量化方面：透過數常識測驗（前測）概觀瞭解樣本學生整體的數常識能力發展情形，獲得關於學生數常識能力之最初資料，並針對全班學生實施數常識過程導向加強教學，再於教學後均實施數常識測驗後測；在質性資料部份：本研究根據數常識測驗（前測）成績將樣本學生分為低分組、中分組與高分組，並在每組各選擇兩名學生來進行訪談，以期能獲得適切且深入的資料進行分析、探討，且在加強教學實施後，再次訪談前測受訪的學生，藉由學生的解題策略表現來了解學生之數常識能力改變的情形。此外，Butler 與 McMunn (2006) 提出為了評估學生的了解和追蹤其學習過程中的成長，學習情境的評估是一項很重要的工具，因此本研究亦深入探究學生在數常識過程導向加強教學活動的歷程，以分析學生在學習期間數常識能力之改變情形。因此本研究架構如圖 2：

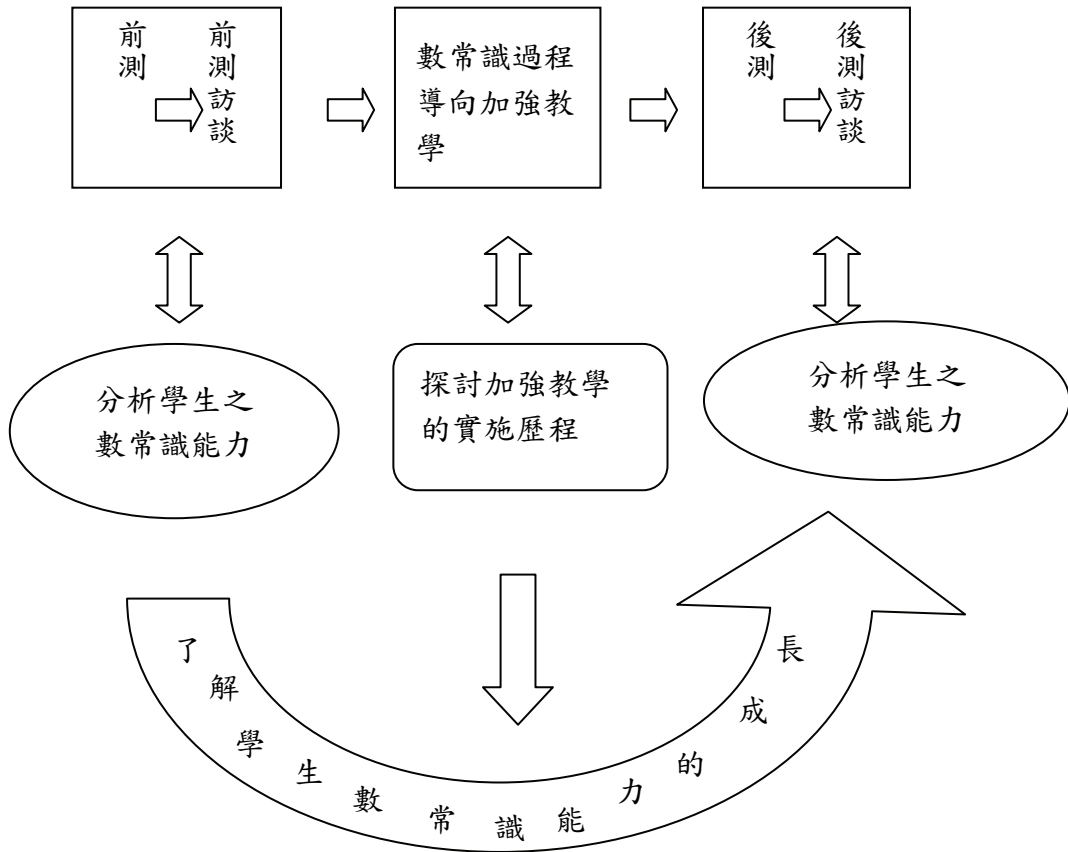


圖 2 研究架構圖

三、研究工具（前測、後測）

本研究利用楊德清與李茂能（2006）所開發的數常識電腦化診斷測驗進行施測，此測驗包含數常識五個組成成分（瞭解數與運算的基本意義、數與運算的多重表徵、數字的分解與合成、運算結果之合理性的判斷、比較數字的相對大小），每個組成成分各有 5 題試題，形成五個分量表。研究所採用之前後測為相同試題，時間間隔為 2 個月。此系統經過縝密的開發、預試、試用、修正及正式使用的歷程，刪除或修改不良之試題，已證實為一具有高度信效度之數常識測驗。在信度考驗方面，總量表的內部一致性信度的 α 係數為 .8526，建

構信度為 .805。在效度上，內容效度係指一個測驗能均勻測到它所欲測量內容領域的程度（李茂能，2009），所以就本測驗而言，乃是指所採用之試題是否能夠真正測出學童數常識的概念。此量表經統計分析所篩選出之各向度共 25 題試題，經兩位數學教育專家與三位小學教師針對測驗試題內容之周延與代表性逐題審閱，參與者皆對試題是否具數常識五個組成成分（瞭解數與運算的基本意義、數與運算的多重表徵、數字的分解與合成、運算結果之合理性的判斷與比較數字的相對大小）的代表性達成共識，認為試題皆與數常識之內容一致。因此，本測驗試題的內容及架構具內容效度與專家效度。所以本研究直接採用此數常識測驗為本研究之測量工具。

四、設計數常識過程導向加強教學活動

本研究基於學生的數常識能力普遍不足，期望能夠透過數常識過程導向加強教學活動之實踐來提升學生的數常識能力。因此，研究針對學生完成三年級數學學習之後所應具備的數常識能力，設計教學設計與實施流程如下：

（一）擬定數常識過程導向加強教學活動目標

本研究採用數常識文獻理論的五個組成成分為加強教學的組成架構，且在每一個組成成分下擬定數個加強教學活動目標。研究者仔細閱讀數常識教學活動相關參考文獻並根據教學經驗、數常識測驗試題和衡量小三學生於此階段所應具備能力，建立起相關的加強教學目標，且統整學者專家與有經驗之數學教師之意見，調整修改之。

（二）設計數常識過程導向加強教學活動

參閱數常識教學活動設計的相關文獻（楊德清，2002；楊德清、吳宛儒，2007；Yang, 2006; Yang & Hsu, 2009）和融入自我創意，協同專家與教師針對加強教學目標，討論出創新的數常識過程導向加強教學活動。本研究在數常識五個組成成分下分別設計 2~5 個加強教學活動，共有 20 個活動，此教學活動為正式課程後的加強式課程，因此安排於早自習和彈性課程時間實施，每個活動實施時間為一節課（40 分鐘），每星期實施 3 個教學活動，前後預計 2 個月內實施完成。

(三) 實作與修訂活動

在預試中，從教學過程中觀察與了解學生對於活動的反應，並針對學生的學習盲點進行活動的修訂，提升活動的可行性及效用。所以擬定數常識過程導向加強教學活動目標後設計適合受試者能力的教材是一個循環反覆的歷程，過程中需要不斷修正與考量，並應用此經驗於設計其它加強教學活動中。下表 1 為數常識過程導向加強教學活動組成架構一的內涵大綱(架構二~五的內涵大綱請參見附錄 1)，以活動 1-2 為例，1 表示數常識五大組成成分之一的「了解數字的基本意義」，2 表示其中的第 2 個數常識過程導向加強教學目標，而本文選擇活動 1-4「數線好好玩」呈現加強教學活動之實施歷程：

表 1 數常識過程導向加強教學活動架構一的內涵大綱

數常識組成成分	加強教學目標	時間	活動編號	活動名稱
1. 了解數與運算的基本意義	1-1 具備平分物件的概念，並能對單位分量加以命名。	40 分鐘	活動 1-1	吃大餅
	1-2 具備離散量之部分和全體的 concept。	40 分鐘	活動 1-2	「盒」「顆」同一家
	1-3 能透過分數的圖形表徵察覺一個連續量平分為越多等分，每一等分的數值越小。	40 分鐘	活動 1-3	畫出大 V 和小 V
	1-4 能清楚瞭解數線的意義，並能運用整數相對大小的概念以判斷出數線上的某一節點的數值。	40 分鐘	活動 1-4	數線好好玩
	1-5 可以解決多步驟加法或減法的運算，並瞭解乘法的基本運算原則。	40 分鐘	活動 1-5	數字宅急便
	1-6 體認加法交換律的意義，並能夠察覺參考點是幫助運算進行的技巧。	40 分鐘	活動 1-6	數字運算大搬風

五、資料的蒐集、處理與分析

本研究運用數常識測驗、訪談、教室觀察、文件紀錄及其他輔助工具（如錄影機）來蒐集更多的資料，如此透過各種不同的資料來源和資源，能夠採用每一種資料蒐集的優點，減少任何一個單一方法的缺陷（吳芝儀、李奉儒譯，1995），而達到資料來源的三角校正 (triangulation)，增加資料來源的信度與效度。在資料的處理與分析方面，本研究運用 SPSS 軟體進行前、後測成績之相依樣本 t 檢定與符號等級檢定，並運用麥氏考驗法（王保進，2003）考驗受訪學生加強教學前、後測訪談中採用數常識方法解題與否的改變顯著性，從量化的觀點探討學生在加強教學前、後數常識能力之改變。在質性資料分析方面：本研究將教學過程中的錄影資料轉錄、編碼與分析並結合教學反思，探討學生在加強教學過程中數常識能力的轉變與成長，且將前、後測訪談的資料轉譯與編碼，以比較學生在加強教學前、後之變化。再者，質的資料之信效度多決定於研究者的方法論技巧、敏感度及誠實的態度 (Patton, 2002)。在信度方面，本研究將以 可靠性 (dependability) 與可驗證性 (confirmability) (Lincoln & Guba, 1985) 標準進行研究之信度分析：透過加強教學歷程的分析、教學反思與教學前後的數常識測驗與訪談，明確地分析出學生加強教學後數常識概念的成長，使得研究更具可靠性；以嚴謹的態度進行訪談，確認教學歷程與訪談資料的真實性，並和指導教授、研究同儕討論、分析與驗證，從不同的角度確認學生數常識能力之轉變，使得研究結果更具可驗證性。在效度方面，本研究以可信度 (credibility) 與可遷移性 (transferability) (Lincoln & Guba, 1985) 標準進行研究之效度分析：透過訪談與測驗進行三角校正，同時藉由同儕、專家等探究團體進行充分的團隊溝通，使得研究發現更具可信度；呈現足夠之描述性資料，包含數常識過程導向加強教學歷程、教學反思、訪談問題與內容等，提供最充足的資料給對於本研究有興趣之研究者作為推論本研究之適合判斷，使得研究結果更具可遷移性。

肆、研究結果

一、數常識過程導向加強教學活動之實施歷程與教學反思

下述將擷取數常識過程導向加強教學活動之「1-4 了解數與運算的基本意義~數線好好玩」的教學實施過程，並從學生加強教學前之學習迷思、活動簡述、加強教學活動融入過程導向教學之流程和教學反思來深入探究學生的學習歷程，期望學生能夠改善原來無法靈活運用數線資訊的學習困境，並內化數與運算的基本意義，以善用數線上面的資源去靈活判斷數線上某一點的數值。

(一) 學生加強教學前之學習迷思

學生遇到數線的問題時，常常無法有效的判斷數線上面的數值，有些學生的思考會僵化在一個一數的思維中，認為「100」的左邊一點一定就是「99」，認為「0」的右邊一點一定就是「1」。大部分的學生只能解答數線上面的節點把數線均分的問題，例如從 0 到 100 的數線區間中，節點把數線平分成 10 等份，大部分的學生能夠很輕易的找出每一個節點是往上遞增 10，也就是從 0 開始，10 個一數直到 100。但是一旦面臨數線上的節點沒有平分數線，或是數線的起始點並非平時所熟悉的整數時，學生依舊不會改變所使用的策略，只要數線上每往後一個節點，學生就會往上數「1」或是「10」，顯然這些學生無法有效運用數與運算的基本意義來協助思考。上述為學生在「數線好好玩」加強教學活動實施之前所待以提升之數常識能力，亦是「數線好好玩」加強教學活動之設計理念。

(二) 「數線好好玩」活動簡述

此活動設計首先讓學生討論一條起點為 0 終點為 100 的數線，被 3 個節點平均分配成四等份時，每一節點上的數值，並要求小朋友從 5 個數字中選擇 3 個數字來填空；接著要求學生繼續討論此數線被 3 個節點任意分成四份時，每一節點的數值，且設計 5 個數字讓小朋友來選擇填入 3 個節點當中；最後加入起點不為零（起點為 1）的設計，要求學生討論數線被 3 個節點分成 4 份時，每一個節點的數值，期望學生從思考與討論的過程中建立能夠靈活運用「數字與運算基本意義」以解題（教學相關流程請參見附錄 2）。

(三) 數常識過程導向加強教學之實施歷程

本研究之數常識加強教學活動融入楊德清 (2002) 所提倡之過程導向教學流程，以下以過程導向教學之進行方式來分析本研究所實施之加強教學歷程：

◎提供學生具有挑戰性的問題

教學者在學生朗讀完投影在布幕上的問題之後，向學生解說如何進行「數線好好玩」活動紀錄單上面的佈題，而這些佈題對學生而言具有一定的挑戰性。圖3、圖4與圖5呈現「數線好好玩」活動進行時投影在布幕上活動紀錄單的問題：

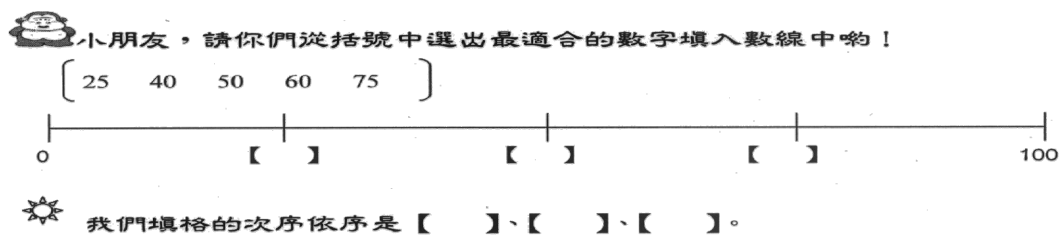


圖3 數線好好玩佈題一

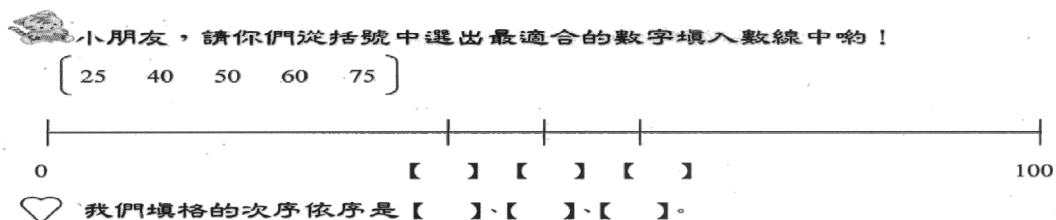


圖4 數線好好玩佈題二

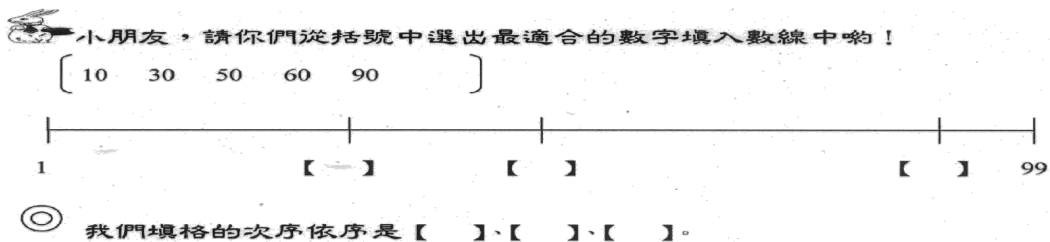


圖5 數線好好玩佈題三

第四組小朋友發表的時候，表示先找出數線上面中點的數值，接著根據「40 和 60 很靠近 50」，所以選擇 50 左邊的節點為「40」，選擇 50 右邊的節點為「60」，顯然第四組能夠運用數線的中點「50」當作參考點解題，具備一定的數概念。

◎鼓勵同學提問、辯證與質疑

T：小朋友，對於第四組的發表你們有沒有什麼問題，有問題請你們提出來？

S：（有名學生舉手發言）我想知道為什麼你們可以確定 50 的左邊那一點是 40，50 的右邊那一點是 60！

T：S03 你可以回答他提出來的問題嗎？

4S03：因為 5 個數字中，比 50 小的數字只有 25 和 40，那 25 應該是在 0 和 50 的中間（S03 手指著數線上 0 和 50 的中間的地方），所以這一點（S03 手指著 50 左邊的一個節點）不可能是 25，應該是 40 比較可能。

T：S03 可以請你繼續說明關於 50 的右邊那一點嗎？

4S03：那因為這裡（手指著 40 和 50 的距離）和這裡（手指著 50 和第三個節點的距離）的長度一樣，都是 10，所以這一點（手指著第三個節點）是 60。

T：大家有沒有聽懂 S03 的意思啊？

S：（全班學生回答）懂！

從 S03 的說明，可以看出 S03 非常了解數與運算基本意義，並靈活進行數線上節點數值的推理，且嘗試運用其它的說明方式使他人了解自己的概念，而自己對於解題概念的認知也在思考和說明中更佳穩固。

◎教師適時的介入總結

T：第四組先找出數線的中點是個很好的方法喔，因為這一條數線不是平分的數線，所以先找出你們可以確認的節點，其它的節點就會更容易找出來了！像 0 和 100 的中點應該是多少？（學生回答 50）；0 和 80 的中點應該是多少？（學生回答 40）；0 和 60 的中點應該是多少？（學生回答 30）；這些點可以很確定的找出，找出來後就多一個線索可以判斷其它的點，不要老是先去找數線上第一個節點，這樣有時反而會無法判斷，所以解題時可以嘗試先去找到數線的中點，這樣你們懂嗎？

S：（全班學生回答）懂！

教學者在第四組發表後，繼續引導和鼓勵學生在解答數線問題的時候，可以先找出數線上可以被確認的點，然後再據以判斷其它的節點，而不要一味的先找第一個節點的數值，期望學生建立有意義的解題思考。

◎適時的對學生的解釋表示鼓勵

T：剛剛第四組發表的時候，4S03 能夠將他們小組討論的結論很清楚的告訴我們，而且在有人提出疑問時，4S03 也可以馬上解釋的更加清楚，可以看出第四組很認真的在討論喔，所以才能夠將小組的策略說明白，4S03 表現的十分厲害喔！大家給第四組拍拍手！

◎教師強調解題關鍵點

T：好，我們討論了這麼久，誰可以告訴我你們覺得先找哪一點可能會比較容易解題？

S：（全班學生回答）中點啊！

T：那找到中點以後呢？

S：（有名學生舉手表示）找到中點以後，要看看點和點之間的大小來判斷，例如可以找出 0 和 50 的中點 25 作參考，25 的右邊的點會比較大，左邊的點會比較小！

T：說得很好喔！小朋友要記得當你們決定完每一點的數值之後，要再去判斷這樣是不是合理喔！例如你們可以利用 0 和 100 的中點 50，或是在 0 和 50 的中點 25 來做檢查，最簡單方法的檢查方法就是越往右邊節點應該是越來越大，當檢查出現問題時，表示你們對於解題要做進一步的修正。

◎再佈題檢驗

T：小朋友，現在請你們每個人自己思考最後這一題數線問題喔（手指著投影片上面最後一個數線問題），老師給你們 3 分鐘思考，等一下請小朋友來前面發表喔！

S：（過了 3 分鐘後，教學者請小朋友上前發表）這一點很靠近 99（手指著靠近終點 99 的那一節點），所以當然是 90，那這一點是 1 和 99 的中間（手指著數線的中間點），差不多是 50 吧！那這一點不可能是 10，10 太小了！所以是 30 囉（手指著第一個節點）！所以我填答的順序是 90、50、30。

T：不錯喔！這樣大家聽得懂嗎？

S：（全班小朋友回答）懂啊！

教學者在給予學生思考時間後請學生上台發表，學生表示「這一點很靠近 99，所以當然是 90」，並運用參考點的概念找出「1 和 99 的中間點大約為 50」，且採用數線上面的相對大小關係，找出數線上的「第一個節點不可能是 10，應

該是 30」，從這名學生的解題策略中可以看出他能夠靈活運用數常識概念解決數線問題！

T：大家都懂喔！那老師要問大家一個問題喔！為什麼 1 和 99 的中間是 50 呢？

S：（有另一名學生舉手，教學者請他起來發表）因為 1 很接近 0，99 很接近 100，所以 1 和 99 的中間，我們可以把它當成 0 和 100 的中間啊！就是 50 囉！

T：很棒喔！老師再補充一下（此時教學者用教具尺在黑板畫了 2 條數線，分別是 0 到 100 的數線和 1 到 99 的數線）！那我們看這條數線的中點在這裡（點出 0 到 100 數線的中點），這條數線的中點在這裡（點出 1 到 99 數線的中點），這兩條線的中點是不是很近？（學生回答是）因為從 0 到 100 和從 1 到 99 的數線很長，如果我們把 1 看作 0，把 99 看作 100，因為 1 只是在 100 裡面的 1 小格而已，所以並不會差異很大，這樣你們懂嗎？

S：懂！

教學者提出「為什麼 1 和 99 的中間是 50 呢？」，希望給予學生「相對」和「大約」的概念，此時從學生的回答顯示出學生在學習的過程中已經潛移默化數常識概念，而能夠運用較為彈性的方式去思考數字與數字之間的關係。教學者亦利用教具尺具體畫出數線來說明「起點為 0，終點為 100」和「起點為 1，終點為 99」兩條數線的中點非常接近，讓小朋友能夠從視覺上面體認數線上面的相對大小關係。教學者爾後確認全班大約有三分之二的學生答對挑戰題，顯示出「數線好好玩」過程導向加強教學活動活化了學生數與運算的基本概念，讓學生在面對非例行性的數線問題時，能夠運用更為靈活和彈性的策略，進行有效的解題。

（四）教學反思

1. 加強教學活動設計與實施能夠有效引導學生進行數線的推理

本加強教學活動的設計讓學生一開始先討論數線平分的情形，讓學生先接觸比較例行性的問題，在大部分的學生都能夠運用數與運算的基本意義解決此類的數線問題後，教學者再繼續引導學生討論數線上沒有均分的情形。此時部分學生能夠藉由同儕思考與討論，把數線上的中點當作參考點，然後再運用數字的相對大小去判斷數線上面某一節點的數值。全班學生在分享小組彼此的解題策略之後，藉由各組的發表，總結出運用數常識的概念去解答數線問題的解

題策略與技巧。最後，教學者提出「挑戰題」，以起點是 1、終點是 99 且數線上的節點沒有均分數線的問題，來挑戰學生數常識概念的敏銳度。班上有三分之二的學生都能有效的解題，可見得加強教學活動的設計讓學生能夠運用數與運算的基本意義，進行數線上某一未知數值節點的判斷與推理。

2. 教學者能夠藉由學生的討論和發表引導學生運用數概念判斷數線上的數值

教學者在行間巡視時隨時注意班上學生的討論情形，並作適時的教學介入，使得學生的討論得以流暢的進行。在全班發表的階段，引導學生聚焦在小組所提出有效運用數常識概念解決數線問題的策略上，且適時作概念的歸納、統整和總結，讓學生能夠在不斷的思考中，作思考和策略之間的組織和連結，使得學生在加強教學的最後階段，能夠有效的善用數常識概念去解決數線的問題。換句話說，教學者有效的利用過程導向教學流程彰顯數常識加強教學活動的效用！

3. 教學者沒有掌握討論的時間，以至於無法利用「再佈題檢驗」再作一次總結

教學者在加強教學的過程沒有有效的掌握時間，所以在最後「再佈題檢驗」學生時，無法讓學生充分發表不同的想法，也無法針對答錯的學生，幫助他們釐清可能存在的疑惑或是迷思，這是在實施本加強教學活動中的缺失。由於活動有三個數線問題需要進行討論與思考，所以教學者應該有效的分配時間，並掌握教學流程的進行，而最後「再佈題檢驗」時應該要針對學生的學習情形再作一次歸納和總結，讓學生能夠再一次的整理和歸納相關數常識概念的認知以解數線問題。

二、數常識過程導向加強教學活動之實施成效

研究者規劃將樣本學生加強教學前、後測成績進行 SPSS 之相依樣本 t 檢定，因為相依樣本 t 檢定的基本假設是「前後測的差值要符合常態分佈」，所以研究者運用 SPSS 透過後測減掉前測的觀察值畫出 QQ 圖，結果發現觀察值分佈接近常態（請參閱圖 7）。研究者進一步透過 K-S 檢定檢驗「前後測的差值要符合常態分佈」的基本假設，由 K-S 檢定結果可以確認「後測減前測觀察值」沒有落入 K-S 的臨界值內（請參閱表 2），不屬於常態分配。援此，本研究計畫改採用針對小樣本的無母數分析，透過符號等級檢定去檢驗前後測成績的差異結果。

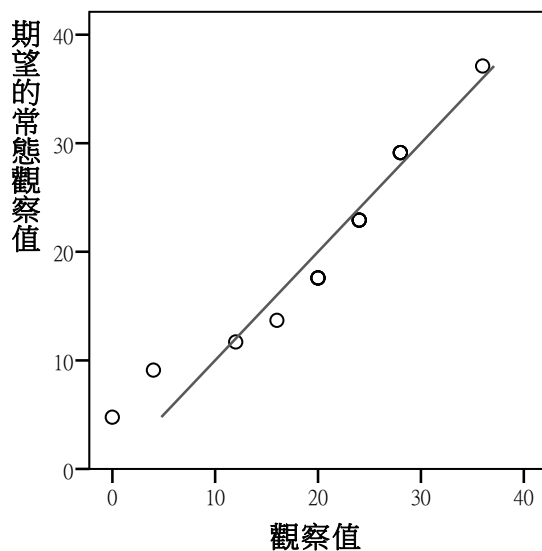


圖 7 「後測減前測觀察值」常態分配 QQ 圖

表 2 「後測減前測觀察值」K-S 檢定結果

樣本數	17
K-S	.920
K-S 臨界值	.223 (.188)

表 3 為 SPSS 所輸出符號等級檢定的前後測中位數差異統計結果，從表格中我們可以發現差異值為正的較多（排序為正有 16 人，排序為負為 0 人）。其中差異值為正的平均等級 (Mean Rank) 為 8.5，等級加總 (Sum of Ranks) 為 136；而差異值為負的平均等級為 0，等級加總為 0。因此，中位數應該位於正值那一邊，亦即數常識測驗後測中位數較前測中位數來得大，且在統計上呈現顯著差異 ($z = -3.534, p < .001$)。

表 3 「後測減前測觀察值」符號等級檢定結果

	樣本數	平均等級 (Mean Rank)	等級加總 (Sum of Ranks)
排序為負 (Negative Ranks)	0	0	0
排序為正 (Positive Ranks)	16	8.5	136
相同 (Ties)	1		
總數 (Total)	17		
Z	-3.534	.000	

研究根據數常識前測成績將樣本學生分別區分為高、中、低分組，並從各組中挑選 2 位學生訪談每一組成成分中答題率最低的 2 題（前測），且將學生解題方法分成數常識方法、傳統算則方法、無法解釋與不正確答案。表 4 為 6 名受訪學生在加強教學前測與後測的訪談問題中所使用解題方法的次數，訪談結果顯示：受訪學生在加強教學前、後使用數常識方法解題的次數明顯提升。於是本研究以麥氏考驗法 (McNemar) 考驗樣本學生在前、後測訪談之間轉變為使用數常識方法的顯著性，考驗結果：卡方值為 22.781，已達到 .001 的顯著水準，表示受訪學生在加強教學前、後所採用的數常識方法次數有顯著的改變。

表 4 受訪學生在加強教學前、後測訪談之解題策略

	H1	H2	M1	M2	L1	L2
加強教學前訪談						
數常識方法	5 (50%)	3 (30%)	1 (10%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
傳統算則方法	5 (50%)	4 (40%)	1 (10%)	3 (30%)	1 (10%)	1 (10%)
無法解釋	0 (0%)	0 (0%)	1 (10%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
不正確的答案	0 (0%)	3 (30%)	7 (70%)	7 (70%)	9 (90%)	9 (90%)
加強教學後訪談						
數常識方法	10 (100%)	10 (100%)	9 (90%)	9 (90%)	6 (60%)	4 (40%)
傳統算則方法	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
無法解釋	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
不正確的答案	0 (0%)	0 (0%)	1 (10%)	1 (10%)	4 (40%)	6 (60%)

註：1.加強教學前、後測訪談均訪談每個受訪學生 10 題。

2.表內各子項之數字代表該生回答 10 題訪談問題之使用次數。

本研究從訪談內容中擷取高分組、中分組與低分組各 1 位受訪學生在訪談的內容中概念成長的部分（因篇幅限制，僅各提出 1 題作為代表）：

①訪談問題：11. () 請問「 $120 \times 4 + 120$ 」等於下列哪一個式子？

- ① 120×124 ② 120×5 ③ $12 \times 4 + 10 \times 4 + 12 \times 10$ ④ 240×4

【加強教學前依賴傳統運算作答】

T：為什麼「 $120 \times 4 + 120$ 」等於 120×5 ？

S：因為這個乘以這個再加這個等於 600，然後 $120 \times 5 = 600$ 啊。

T：那你有把這些答案都算出來嗎？

S：有。

T：你是怎麼算的？

S：用直式算的。

T：那你有把其它的選項都算出來嗎？

S：有阿。

(950417 前訪 H1)

本題應該是概念題，期望學生能夠藉由瞭解算式的意義而去找出答案（ $120 \times 4 + 120 = 5$ 個 $120 = 120 \times 5$ ）。但 H1 在前測訪談中採取紙筆計算出答案，他選擇將題目和每一個選項的答案都計算出來，再找出正確的選項，是屬於缺乏「數常識」的解題策略。

【加強教學後藉由算式意義的了解解題】

T：為什麼「 $120 \times 4 + 120$ 」等於 120×5 ？

S： 120×4 就是有 4 個 120，然後再加 120，所以有 5 個 120，就是 120×5 。

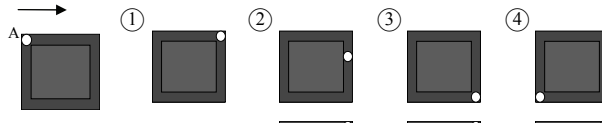
T：那你有將選項的答案都計算出來嗎？

S：沒有。

(950621 後訪 H1)

H1 在後測訪談時，運用對於算式意義的瞭解，將「 $120 \times 4 + 120$ 」轉換為 5 個 120 的和，也就是等於「 120×5 」。從 H1 的訪談過程中可以知道他運用算式的意義取代算則來解題，提升了加強教學前所不具備的數常識能力。

- ②訪談問題：1. () 有一個正方形的花園，繞周圍步道一圈，假設你由 A 點開始順著箭頭的方向走，走了整個步道的 $\frac{1}{3}$ 時，你的位置大約在哪裡？



【加強教學前採取猜測的方式解題】

T：這一題為什麼選第 3 個答案？

S：因為感覺上是第 3 個選項。

T：可以說清楚一點嗎？

S：.....。

T：那為什麼不選第 1 個？

S：.....。

(950417 前訪 M2)

M2 前測訪談無法說明自己的思考策略，亦無法清楚說明對於其它選項的看法，所以研究者推論 M2 採取猜測的方式解題。

【加強教學後具備分數的基本概念並結合 $\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ 解題】

T：這一題為什麼選第 2 個答案？

S：因為 $\frac{1}{2}$ 在這裡（手比 \square ）， $\frac{1}{4}$ 在這裡（手比 \square ），所以 $\frac{1}{3}$ 會在中間這裡。

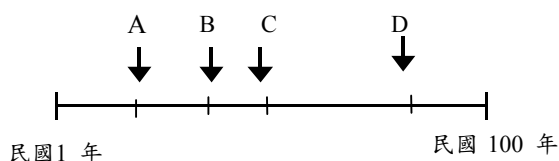
T：你怎麼知道 $\frac{1}{3}$ 會在中間這裡？

S：因為 $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ 。

(950621 後訪 M2)

M2 在後測訪談中先找出 $\frac{1}{2}$ 的道路，再找出 $\frac{1}{4}$ 的道路，最後運用分數的相對大小關係「 $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ 」，找出 $\frac{1}{3}$ 道路的位置，顯然在加強教學後，M2 能夠了解題意並運用靈活的數常識概念解題。

③訪談問題：3. () 小朋友，請問 A、B、C、D 四點，哪一點最能代表（或是最接近）你出生的那一年？ ① A ② B ③ C ④ D



【加強教學前運用迷思概念解題】

T：這一題你為什麼選 C？

S：看起來好像是 C。

T：怎麼看起來的？

S：我就看這裡是 100，D 好像是九十幾年，C 好像是八十幾年。

T：為什麼要選八十幾年？

S：因為我是 86 年出生的。

(950417 前訪 L1)

L1 在前測訪談中忽略數線上的間隔有明顯落差，而直接從終點「100」往前 10 個一數，遇到的第一點 D 為「90」、第二點 C 是「80」，所以判斷 C 接近自己的出生年「86 年」，顯然 L1 缺乏解題的數常識概念。

【加強教學後找出數線的中點數值去判斷數線上某點的相對大小】

T：這一題你為什麼選 D？

S：因為這裡是一半，應該是 50，C 是 50。我是 86 年出生的，比 50 大，所以選 D。

(950621 後訪 L1)

L1 在後測訪談時運用數線上的資訊判斷 C 點為「50」，並以自己的出生年「86」比「50」大所以選擇 D。L1 在加強教學後能夠利用數線端點的數值找出

中點 C 的大小，再運用相對大小的概念判斷出合理的答案，顯然加強教學提升 L1 的數常識能力。

伍、結論與建議

一、結論

(一) 數常識過程導向加強教學活動能夠提升學生的數常識能力

學生在每一節的加強教學活動開始進行小組討論時，呈現出較為制式的解題分享，而實施數常識過程導向加強教學活動後，藉由同儕討論和教學者的引導，大部分的學生於活動尾聲愈傾向採用數常識的概念思考。顯然數常識過程導向加強教學活動能夠刺激學生思考與判斷，刺激學生進行有意義的學習。此研究結果呼應了相關的數常識教學研究(楊德清, 2002; 楊德清、吳宛儒, 2007; Yang, 2006; Yang & Hsu, 2009)，證明了透過設計良好的教學活動可以協助學生發展數常識。

(二) 樣本學生於後測與後測訪談中展現加強教學前未具備的彈性靈活之數常識能力

透過數常識過程導向加強教學活動實施後，學生在後測成績與訪談上明顯提升數常識能力。在後測上，學生後測與前測的成績呈現顯著差異；在後測訪談上，學生改變了前測訪談時無法完整的描述解題策略的思維且依賴傳統算則解題的習慣，而改採靈活的數常識策略解題。同時，受訪學生在前、後測訪談中運用數常識方法解題次數的改變達顯著差異，顯然數常識過程導向加強教學活動提升了樣本學生的數常識能力。

二、建議

(一) 教學者能夠善用過程導向的教學方式來實施數常識加強教學活動

透過學生在加強教學的歷程所展現的認知成長，顯示了數常識加強教學活

動具有教學效能，且過程導向教學的教學流程值得教學者參考。所以教學者若是能將數常識加強教學活動融入過程導向教學流程，以學生為學習的主體，讓學生能夠主動探索數常識的概念，並從與同儕之間的互動中去欣賞與學習他人的解題策略與思考，再適時作概念的總結和歸納，能夠有效提升學生的數常識能力。

(二) 教學者應適時運用測驗與訪談了解學生之數常識能力並進而加強之

教學者應該善用數常識測驗與訪談深入了解學生數常識的能力，了解學生欠缺數常識的哪些概念，並以此作為加強教學活動的設計與實施方針。如同 Yang (2006) 所提出的看法：教師在教學現場扮演著關鍵性的角色，必須知道什麼數學概念是重要的且需要被強調。因此，教師了解學生數常識能力的發展後，方能根據學生的需要提出與實施更縝密的數常識加強教學活動。

誌謝

本研究蒙國科會專題研究計畫補助，計畫編號 NSC 97-2511-S-415-002-MY2 及 NSC 97-2511-S-415-010-MY3 特誌申謝；文中所提論點純屬作者個人之意見，並不代表國科會之立場。作者衷心感謝審查委員對本文所提供之寶貴意見，由於您們的協助，方能使本文能夠以更清楚、更結構化的方式呈現。

參考文獻

- 王保進 (2003)。視窗版 SPSS 與行為科學研究。台北市：心理。
- 李茂能 (2009)。圖解式結構方程模式軟體 AMOS 之簡介。台北：五南。
- 杜正治 (1993)。補救教學的實施。載於李咏吟 (主編)，**學習輔導：學習心理學的應用** (397-428 頁)。台北市：心理。
- 吳芝儀、李奉儒 (譯) (1995)。Patton, M. Q. 著。**質的評鑑與研究 (Qualitative evaluation and research methods)**。台北：桂冠。
- 張新仁 (2001)。實施補救教學之課程與教學研究。**國立高雄師範大學教育學系教育學刊**，17，85-106。

- 楊德清 (2002)。從教學活動中幫助國小六年級學生發展數字常識能力之研究。
科學教育學刊，**10** (3)，233-260。
- 楊德清、李茂能 (2006)。九年一貫國小階段數常識電腦化診斷測驗系統之開發與應用 (1/3)。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (報告編號：NSC 94-2521-S-415-003)，未出版。
- 楊德清、吳宛儒 (2007)。數常識情境教學活動融入國小三年級數學科教學之研究。*科學教育學刊*，**10** (3)，647-669。
- Anghileri, J. (2006). *Teaching number sense*. London: Continuum.
- Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *38*(4), 333-339.
- Butler, S. M., & McMunn, N. D. (2006). *A teacher's guide to classroom assessment: Understanding and using assessment to improve student learning*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Dunphy, E. (2007). The primary mathematics curriculum: Enhancing its potential for developing young children's number sense in the early years at school. *Irish Educational Studies*, *26*(1), 5-25.
- Howden, H. (1989). Teaching number sense. *Arithmetic Teacher*, *36*(6), 6-11.
- Hedrén, R. (1999). The teaching of traditional standard algorithms for the four arithmetic operations versus the use of pupils' own methods. In I. Schwank (Ed.), *European research in mathematics education I. Proceedings of the first conference of European society for mathematics education* (pp. 233-244). Osnabrueck: Forschungsinstitut fuer Mathematikdidaktik.
- Lincoln, Y., & Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry*. New York: Sage.
- Markovits, Z., & Sowder, J. T. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, *25*(1), 4-29.
- McIntosh, A., Reys, B. J., Reys, R. E., Bana, J., & Farrel, B. (1997). *Number sense in school mathematics: Student performance in four countries*. Perth: MASTEC, Edith Cowan University.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *The principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

- Patton, M. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Pennington, M. C., Brock, M. N., & Yue, F. (1996). Explaining Hong Kong students' response to process writing: An exploration of causes and outcomes. *Journal of Second Language Writing*, 5(3), 227-252.
- Raimes, A. (1986). Teaching ESL writing: Fitting what we do to what we know. *The Writing Instructor*, 54, 153-166.
- Resnick, L. (1989). Defining, assessing and teaching number sense. In J. Sowder & B. Schappelle (Eds.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 35-39). San Diego, CA: San Diego State University.
- Reys, B. J., Barger, R., Dougherty, B., Hope, J., Lemake, L., Markovits, Z., Parnas, A., Reehm, S., Sturdevant, R., Weber, M., & Bruckheimer, M. (1991). *Developing number sense in the middle grades*. Reston, VA: NCTM.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-628). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Wood, T., Williams, G., & McNeal, B. (2006). Children math thinking in different classroom culture. *Journal for Research in Mathematic Education*, 37(3), 222-255.
- Yang, D. C., (2005). Number sense strategies used by sixth grade students in Taiwan. *Educational Studies*, 31(3), 317-334.
- Yang, D. C., (2006). Developing number sense through real-life situations in school of Taiwan. *Teaching Children Mathematics*, 13(2), 104-110.
- Yang, D. C., & Li, M. N. (2008). An investigation of 3rd grade Taiwanese students' performance in number sense. *Educational Studies*, 34(5), 443-455.
- Yang, D. C., Li, M. N., & Lin, C. I. (2008). A study of the performance of 5th graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6(4), 789-807.
- Yang, D. C., & Hsu, C. J. (2009). Teaching number sense for 6th graders in Taiwan. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4(2), 92-109.

附錄 1：數常識過程導向加強教學活動架構二～五的內涵大綱

數常識組成成分	加強教學目標	時間	活動 編號	活動名稱
2. 數與運算的多重表徵	2-1 瞭解數字的基本意義，並能夠運用數字的多重意義(如 $\frac{6}{10}=1$ 個 $\frac{6}{10}$ ，或 $\frac{6}{10}$ 相當於6個 $\frac{1}{10}$) 察覺數字之間的關係。	40 分鐘	活動 2-1	分數接龍
	2-2 學生能將運算式賦予情境以運用減法運算在數字符號之間相互轉譯。	40 分鐘	活動 2-2	採買精算師
	2-3 瞭解並運用乘法交換律於運算中。	40 分鐘	活動 2-3	記憶遊戲
	2-4 能瞭解位數的含意並能夠找出4位數中的最大位值和最小位值，且可將概念擴展到不同位數上。	40 分鐘	活動 2-4	數字轉輪
	2-5 在離散量的情境下，能運用圖形表徵分數「部分—全體」的概念。	40 分鐘	活動 2-5	「心」形巧克力
	2-6 具備單位長度的概念並可運用此概念去測量或判斷未知長度的值	40 分鐘	活動 2-6	「量」子「節」大了
3. 數字的分解與合成	3-1 能夠運用算式意義情境化而進行數字的分解與合成。	40 分鐘	活動 3-1	情境解題
	3-2 明白數字的位值，並能應用加法運算符號處理數字的合成與分解。	40 分鐘	活動 3-2	數字拼盤--- 加法定位板
	3-3 能夠運用參考點簡化算式，並運用至生活情境中。	40 分鐘	活動 3-3	大採「夠」
4. 運算結果之合理性的判斷	4-1 將彈性運用數字之間的關係去判斷數列結構的合理性。	40 分鐘	活動 4-1	推理小高手
	4-2 能夠運用乘法交換律進行估算。	40 分鐘	活動 4-2	分裝活動
	4-3 運用對於位數數值意義的認識進行估算。	40 分鐘	活動 4-3	小樂透

數常識組成成分	加強教學目標	時間	活動 編號	活動名稱
5. 比較數字的相對大小	5-1 瞭解倍的定義，並能使用「倍」的數學語言比較數字的相對大小。	40 分鐘	活動 5-1	「倍」與「個」
	5-2 能結合數學語言和運算符號來解決相對大小的問題。	40 分鐘	活動 5-2	超級比一比

附錄 2：數常識過程導向加強教學活動設計（1-4）

活動1-4（瞭解數與運算的基本意義）	
活動名稱	數線好好玩（課程連結：康軒版第四冊第一單元）
適用對象	國小二、三年級
教學時間	40分鐘（1節課）
設計理念	研究針對完成三年級數學領域學習學生，在數常識架構的五個組成成分之一——瞭解數與運算的基本意義中，設計6個加強教學活動，「數線好好玩」為其中一個教學活動，幫助學生瞭解數與運算的基本意義。
教學目標	1-4能清楚瞭解數線的意義，並能運用整數相對大小的概念以判斷出數線上的某一節點的數值。
教學內容	藉由數線學習單刺激學生思考，使學生能運用起點、終點的已知訊息和相對大小的概念判斷數線上面數字的合理排列。
教具準備	「數線好好玩」活動紀錄單
教學流程	<ol style="list-style-type: none"> 1. 小組討論完成數線好好玩活動紀錄單上，數字在數線上的合理填空。 2. 小組發表說明解題的想法與策略，其它小朋友則可提問，解答自己困惑之處。 3. 教師引導學生運用起點和終點數字大小找出數線上中點的數，進而推斷區間大小，或可運用嘗試錯誤法推斷數字的合理性。 4. 重複流程1-3完成第二條數線的討論發表。 5. 讓每個小朋友作「數線好好玩」活動紀錄單上再挑戰的問題。 6. 隨機抽選學生發表。

第 組 組員：

附錄 3：

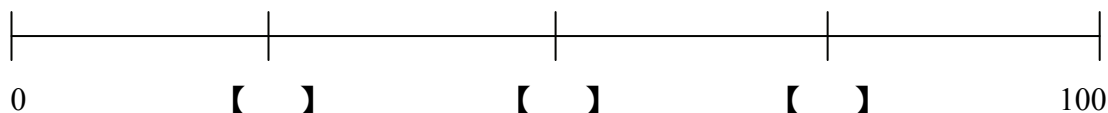


「數線好好玩」活動紀錄單



小朋友，請你們從括號中選出最適合的數字填入數線中喲！

(25 40 50 60 75)



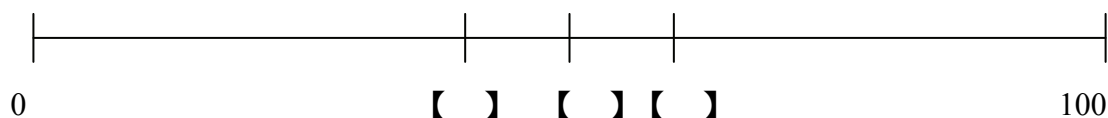
我們填格的次序依序是【 】、【 】、【 】。

我們的想法是：_____



小朋友，請你們從括號中選出最適合的數字填入數線中喲！

(25 40 50 60 75)



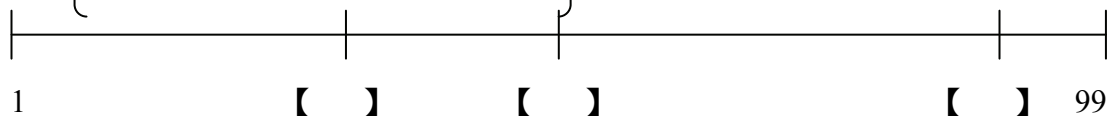
我們填格的次序依序是【 】、【 】、【 】。

我們的想法是：_____



再挑戰：小朋友，請你從括號中選出最適合的數字填入數線中喲！

(10 30 50 60 90)



我填格的次序依序是【 】、【 】、【 】。

我的想法是：_____

The Research of the Process-oriented Enhancement Teaching Activities in Number Sense

Pei-Chieh Chen¹ Der-Ching Yang^{2*}

¹Graduate Institute of Elementary and Secondary Education, National Chiayi University

²Graduate Institute of Mathematic Education, National Chiayi University

*dcyang@mail.ncyu.edu.tw

Abstract

To promote 3rd-graders' number sense ability, this study devised and implemented the process-oriented enhancement teaching activities into the students who had completed the first stage of primary mathematics curriculum (grade 1-3). This study, at first, one class of third graders was tested to examine their number sense. Students were divided into three different levels: the high- middle- and low-level, and two students of each level were interviewed. Then, number sense activities were implemented into the class through process-oriented teaching to enhance students' number sense. Furthermore, students' changes in number sense were examined by test and interview. The results not only showed that the progress of the process-oriented enhancement teaching activities strengthened students' number sense, but also showed their flexible ability on number sense. The researcher reflected and found that the enhancement teaching activities with progressive problem-posing design (routine problems, non-routine problems, challenging problems) and process-oriented teaching design could effectively guide students to judge the result through number concept in the number line situation. The study suggested that teachers should probe students' number sense by test and interview at the right moment, and select the process-oriented enhancement teaching activities to implement according to the test and interview expression to effectively strengthen students' number sense.

Keywords: primary mathematics, the process-oriented teaching, number sense

