

創意教學 ~ 「三角形」的教學活動

洪素敏¹

楊德清²

¹彰化縣萬興國小

²國立嘉義大學數學教育研究所

(投稿日期：92年1月3日；修正日期：92年1月27日；接受日期：92年2月25日)

摘要

本文的主要目的乃是針對教學者本身以往在教國小三年級學童的「三角形」這個單元時，自覺只是在灌輸孩子一些幾何的名詞，例如：這個就是邊、頂點和角；有三個角的封閉圖形就是三角形，並沒有去考慮到孩子是否真正的理解這些語詞的涵意。在對數學教育有了更多的體悟後，瞭解到對數學知識的真正瞭解來自於學習者自己的經驗，以及對這些經驗的反思，無法經由他人的直接教導而學得。數學老師的工作不是在教數學，而是佈置學習情境，引導孩子在經歷不同的學習情境下能夠進行反思，並產生意義化的理解，進而與他人溝通、對話(NCTM, 1989, 2000)。因此，教學者嘗試改變教法，並以不同的面貌去呈現這個主題，希望藉由此種創造不同學習情境的教學，以引導兒童進行有意義的學習，並且在課程結束後仍對這些概念有所保留。

關鍵詞：創意教學、三角形、溝通。

壹、前言

數學的學習方式和一般社會的知識或物理的知識大大不同。對數學知識的真正瞭解來自於學習者自己的經驗，以及對這些經驗的反思，無法經由他人的直接教導而學得。如果希望學生能夠進行反思，才算學習到新知識，那麼數學就不應是硬塞給孩子就算數的。數學老師的工作不是在教數學，而是佈置學習情境，引導孩子在經歷不同的學習情境下能夠進行反思，並產生意義化的理解，進而與他人溝通、對話（NCTM，1989，2000）。

以往我教到「三角形」這個單元時，總覺得是在灌輸孩子一些幾何的名詞，例如：這個就是邊、頂點和角；有三個角的封閉圖形就是三角形，並沒有去考慮到孩子是否真正的理解這些語詞的涵意。整個教學活動的進行是靜態的，甚至是單調無聊的。數學教學應以學生的直觀經驗為基礎，經過逐步數學化過程的引導，促使學生建立相關知識（教育部，2001）。因此，在對數學教育有了更多的體悟後，我嘗試改變教法，並以不同的面貌去呈現這個主題，希望藉由此種創造不同學習情境的教學，以引導兒童進行有意義的學習，並且在課程結束後仍對這些概念有所保留。

雖然這堂課的教學活動並沒什麼特別，拋出來的問題也很平凡，但是教學者卻在平凡中製造創意學習，啟發孩子對問題產生不同的反應，因而讓整堂課生動活潑起來。例如，有一個可愛的孩子在他的聯絡簿「心情故事」中寫道：「洪老師的數學課好好玩，我以後也要當個像老師一樣的老師。」雖然只是短短兩句話，卻也道盡了他對這堂課的想法，以及對我改變教學情境的肯定。以下將與讀者分享「三角形」這個單元的教學歷程與心得。

貳、教學活動的設計

教學對象：國小三年級

學生的先備知識及能力分析：

- 1.能夠從幾何圖形中辨認出三角形。
- 2.已有透過摺紙活動觀察對稱現象的經驗。
- 3.已有兩個圖形卡能疊合在一起即「全等」的初步概念。

教學目標：

活動一：驗明正身～什麼是「三角形」？

- 1.藉由討論小朋友心目中對三角形的想法，以引導其說出較嚴謹的數學定義。
- 2.能知道約定成俗的數學名詞---邊、角、頂點，並以臉部的構造比擬三角形的構成要素，引導學生進一步瞭解名稱的意涵。

活動二：橡皮筋遊戲

- 1.藉助橡皮筋具有彈力的性質，讓小朋友在實作中完成三角形的造型。
- 2.能覺察頂點決定邊，進而決定三角形的大小。
- 3.體驗如何才能同時造出兩個一樣大的三角形。
- 4.知道當兩個三角形是一樣大時，條件為何。

活動三：學生數學日記的分享

藉由全班一起分享上課的心得與討論解題結果，進一步澄清數學概念及加深學習印象。

活動四：小孩有理，創意萬歲！

- 1.在半具體物的圖形表徵活動中，實踐「兩個圖形大小要相同，就是要能重疊在一起」的數學知識。
- 2.能為所畫的圖形做合理的辯證。

參、教學活動的實施

「三角形」這個名詞對國小三年級的學童並不陌生，他們也可以毫無困難地在日常生活中指認出來。但是孩童在尚未接受正式的教學前，個人所擁有的相關概念未必正確或未必達到純熟的地步，也許只是一種直覺。因此決定單刀直入地拋出「什麼是三角形？」這樣的問題，希望營造以數學語言溝通的教學情境，幫助學生修正原有的直覺與概念。

活動一：驗明正身～什麼是「三角形」？

T：昨天有沒有做預習功課啊？

S：有！（很大聲）

T：有的人舉手。

S：（全班都舉手了）

T：誰來說說看你看到了什麼？

S：我看到很多三角形。……（七嘴八舌地）

T：有看到三角形的人舉手。

S：（全都舉了手）

T：來，你說說看什麼是三角形？

S1：就是要有三個角的。

T：要有三個角的。還有沒有其他人要說？（底下一片"我知道"的搶答聲）

S2：它要有三個邊。

T：有三個邊。還有沒有人要說？

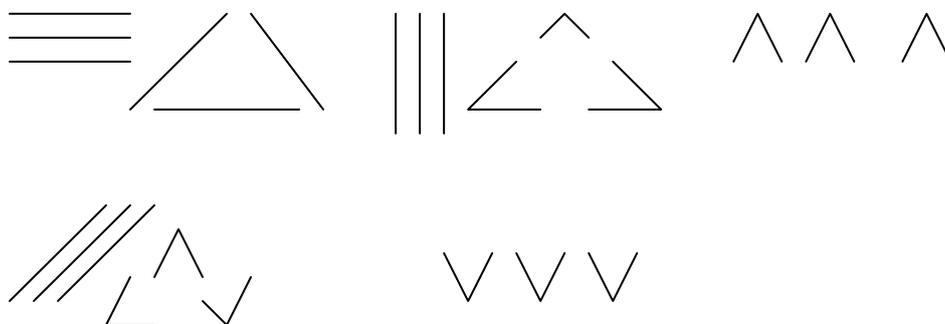
S3：有三個邊，也要有三個角。

T：要有三個邊和三個角。還有其他的嗎？（沒有動靜）都同意了嗎？同意的人舉手。

S：（全班都舉了手）

T：那老師按照你們說的來畫畫看。

【這時我在黑板上畫上許多不同排列的三個邊，不同排列的三個角以及三個邊和三個角隨意放在一起的組合（如圖）。小朋友開始一片譁然，"不是這樣啦！""喔，我知道了，要連起來。""要全部圍起來！"...】

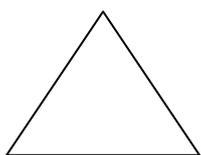


T：你們到底要說什麼？那麼多人說，聽不清楚，舉手說。

S4：老師，你要把它全部都連起來才對。

T：全部連起來？那你來畫畫看。

S4：（畫出正確的三角形，如圖）



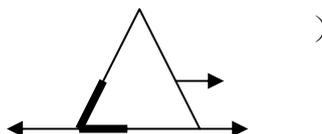
T：所以小朋友，當你在說三角形的時候，要說由三個邊封閉起來的圖形或是三個角封閉起來的圖形，像這樣（指著黑板上的圖形）。「封閉」的意思就是像你們說的-----全部圍起來，全部要連起來。知道嗎？

S：知道！

通常，當小朋友被問到什麼是「三角形」時，會說有三個角或三個邊的圖形，或者要有三個角及三個邊的圖形，他們通常忽略了「封閉」這個要素。藉由此活動，讓小朋友說出較嚴謹的數學定義。

T：好，再來看看喔，我們的臉有眼睛、鼻子、嘴巴，那你覺得三角形的這些地方應該叫什麼？（如圖：

S：邊、點（頂點）、角。



小朋友在一開始就能說出邊、頂點及角，我想是因為大部分的人都做了預習的功課。但是我希望進一步引導他們思考這些名詞的意義。首先，請小朋友仔細觀察所要命名的部分，鼓勵他們運用想像力與創造力，強調要讓別人一聽就懂意思。

T：可是要怎麼告訴人家這是什麼？我們說眼睛就是看東西的地方，別人一聽就懂了，那要怎麼告訴別人什麼是邊，什麼是頂點，什麼是角，讓別人一聽就知道。先從「邊」來。小朋友，看看黑板上的圖形，你覺得什麼是「邊」？

S：就是邊邊嘛；那些直直的線；圍起來的線；在三角形邊邊的線。（加上比手劃腳說明。）

T：很好喔！那「邊」有什麼作用？

S：.....

T：～～你們剛剛不是說「邊」就是三角形邊邊的線，就是圍起來的線，那你們覺得這些線是有什麼作用啊？

S5：啊！我知道了，把它分成裡面和外面了。

T：其他的小朋友同意嗎？

S：同意！

T：所以呀，因為有了這些邊我們才能夠知道這個三角形封閉起來的範圍有多大，在邊的外面就不屬於這個三角形了。

S6：老師，那它就像界線一樣了。

T：很好的說法，就像界線。那你們覺得什麼是「頂點」？

S：頂點就是兩條邊（線）相碰到的地方；點的地方……

【有的小朋友會說頂點就是尖尖的地方或者是黑黑的那一點，這時我會更清楚的指出所要命名的部分並且注意到不要把頂點的地方塗成黑黑的一團。最後，班上大概只出現上述兩種說法，我就以這兩種說法讓學生選出自己認為最恰當的。】

T：小朋友想想看，你認為哪一種說法比較可以讓人一聽就知道頂點是什麼？

【舉手表決的結果，同意「頂點就是兩條邊（線）相碰到的地方」占大多數。】

T：有的小朋友不同意這樣的說法喔，有沒有人可以幫忙說明，讓他們也能同意？

S7：如果說是點的地方，人家還是不知道哪裡點。

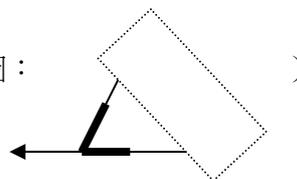
T：這樣的說法同意嗎？（看到原本不同意的人贊同了。）那「角」呢？

S：從一個邊轉到另一個邊的地方；尖尖的地方；彎過來的地方；夾起來的地方；在角落的地方。

T：那如果是這樣呢？

（用一張紙將圖形的部分遮住，幫助學生聚焦，如圖：

你們覺得哪一種說法比較能夠讓別人明白什麼是角？

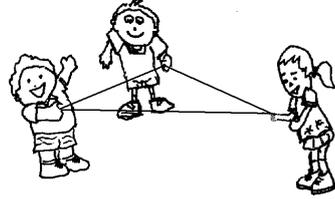


S：好像都可以耶...（不太肯定地）

到底「角」是什麼？這時我心裡千轉百迴。小朋友對於邊、頂點的直覺想法和數學的定義相去不遠。但是「角」，他們的說法是從一個邊轉到另一個邊的地方、尖尖的地方、彎過來的地方、夾起來的地方以及角落，對小朋友而言「角」的確是難以下定義。根據劉秋木（1996）對「角」所下的定義：角是由同一端點之兩個射線所成的圖形。在此我面臨了一個考驗：似乎很難將小朋友對「角」的說法歸結到數學語言上來。而在頒佈的九年一貫數學領域課程綱要（教育部，2001）中，已將知道三角形有三個邊、三個角、三個頂點訂為第二階段（4-5年級）的學習目標。對第一階段三年級的小朋友而言能夠認知「角」是從一個邊轉到另一個邊的地方、尖尖的地方、或者是彎過來的地方已是難能可貴了。因此，最後我宣布～小朋友說的都很有道理。

在小朋友對什麼是三角形，以及三角形的構成要素有了基本的認識後，我希望利用橡皮筋具有彈力的性質，讓小朋友可以自由地拉扯、創作。同時在肢體活動的造型中，能進一步實踐他們所學的知識。

活動二：橡皮筋遊戲



準備教具：串成一定長度的橡皮筋兩條

活動進行：教師與一位小朋友各執橡皮筋的一端

T：小朋友，如果把我們兩個人看成是頂點，那中間這條線叫什麼？

S：邊！

T：好，現在注意看看會發生什麼事？

【請小朋友不動，老師慢慢往後退。】

S：邊越來越長了！

T：好，老師把橡皮筋綁起來，像這樣（把一長條橡皮筋的兩端綁在一起）。現在要請三位小朋友出來做出三角形。

【"我！"我！"我！"小朋友拼命舉手喊叫，希望老師能叫到他，最後抽籤決定。這三位小朋友花了一點時間，終於以橡皮筋拉出了一個三角形的形狀，且獲得全班的認同。如此換組進行了幾次，每當三角形成型時就會問小朋友，這是不是三角形？是幾個邊？幾個角？幾個頂點？然後拋出以下的問題，同時讓兩組的小朋友來做三角形的造型活動。】

T：我現在要兩個一樣的三角形喔。

每組小朋友在一開始要做出三角形時都不太順利，在一陣忙亂之後，想起三角形的特徵，才開始化為有效的行動慢慢使三角形成型。果然，理論和實際之間是有差距，藉由活動，我們幫助孩子縮短了兩者之間的落差，這正呼應了杜威的「做中學」之主張。此亦呼應九年一貫數學領域課程綱要(教育部，2001)之主張：第一階段兒童之學習方式強調具體操作。藉由具體之學習活動可增強兒童之學習興趣，促進數學概念之發展。

當我要兩組小朋友同時創造一樣的三角形時，情況之熱鬧可想而知。只見兩組小朋友開始眼睛互瞄，煞是辛苦，但是底下的小朋友就是不認同它們是一樣的三角形。然後出現一個聲音-----"要靠近一點啦！"兩組小朋友又忙起來了，結果仍然不理想。

又有人說話了----"要再靠近一點！""要很靠近！""我知道了，我們站在一起，像這樣"
(他們把兩條橡皮筋疊在一起，共同拉出一個三角形)。

T：你們同意這樣是一樣的三角形嗎？

S：同意！

T：為什麼？

S：它們完全疊在一起了。一模一樣。

T：我們講清楚一點，什麼疊在一起？是邊呢？是角呢？還是.....

S：通通疊在一起了！

T：所以我們可以說，當兩個三角形完全一樣時，就是邊要怎樣？

S：疊在一起！

T：角要怎樣？

S：疊在一起！

T：頂點呢？

S：疊在一起！

兩個圖形大小要相同就是要能重疊在一起。這樣的結論由小朋友自己去發現，對他們來說意義一定不同於老師直接灌輸的知識。

活動三：學生數學日記的分享

隔天的數學課，全班一起進行數學日記的心得分享及解題討論。首先針對「在今天的橡皮筋遊戲中，你學到了哪些數學知識？（至少寫三個）」這一題，我把所有小朋友提出來的想法通通寫在黑板上，洋洋灑灑寫滿整個黑板，在我不斷的肯定讚美聲中，小朋友也顯得很有成就感哩！整理如下（包括我在數學日記上所看到的）：

1. 三角形可以有許多種。
2. 疊起來可以知道有沒有一樣大。
3. 頂點離得越遠，邊就會越長。
4. 形狀可以變大變小。形狀可以有許多種。原來形狀都有許多種。
5. 邊張得越大，角度就會越大。
6. 原來不可以只說出幾個邊、幾個角、幾個頂點。
7. 我知道角在哪裡、頂點在哪裡、邊在哪裡（有畫圖表示）。

8.橡皮筋不管在什麼地方都可以收集的到，所以我們要玩「橡皮筋」的遊戲很簡單，我們都可以自己去做來玩。(這位小朋友簡直是把我的心聲都說出來了。)

這兩天那兩串橡皮筋是班上的搶手貨，在上課中沒有機會表現的小朋友，會利用下課時間，饒有興味地去試一試、玩一玩，學習的樂趣自在其中。

在小朋友有了具體物的操作經驗後，我想進一步引導他們跳脫具體物的學習情境，進入半具體物的圖形表徵活動，從中實踐「兩個圖形大小要相同，就是要能重疊在一起」的數學知識，因此讓他們畫出兩個相同的圖形，並為所畫的圖形做辯證，以增強兒童心像表徵的能力。

活動四：小孩有理，創意萬歲！

教師佈題：1.請畫出兩個一樣大的三角形。

2.請說說看，為什麼這兩個三角形一樣大。

T：告訴老師，你怎麼能確定你畫的是兩個一樣的三角形。

S：我有用尺量長度。(指三角形的邊長)

【這是大部分小朋友的答案】

T：你用尺量的。這樣老師會有一點點懷疑耶，記不記得我們在學「量長度」時，同樣的數學課本，你們量出來都不一樣啊，有沒有更準確的方法來告訴人家，你畫的就是兩個一樣的圖形？

S8：老師，我知道了！把它疊起來。

T：很好，我們剛剛有寫到這個方法。那要怎樣把你的圖形疊在一起？

雖然心裡面一直充滿著期待他們會說：把紙對摺起來看看有沒有重疊在一起，或是用另外一張紙描下來再重疊看看。但是結果並沒有如我心中所預期的想法，但小朋友們還是有很多不同的作法。

S8：ㄣ~?? (搔首弄耳地，全班都沒有人仗義直言)

S9：老師，我兩個三角形都是用這個三角板描出來的，所以一定會一樣大。

T：(笑，伴隨著全班唉唉叫的聲音)有道理喔。

T：還有誰要來說說看？

S10：我是用尺量的。

T：用尺量的！?怎麼量的？上來說說看。

S10：(他拿著一把 30 公分的長尺及他所畫的圖形上來) 這樣，底下這邊差不多都是 28 公分，另外這兩邊也是差不多長。所以一樣大。

【每一個上台的小朋友都以磁鐵將他們所畫的圖形貼在黑板上以方便討論】

T：你們認為有沒有道理啊？

S：有！

T：其他人呢？

S：老師，我們也是這樣量的。

似乎大家都是以量長度的方法解決比較圖形大小的問題！因為班上有實施榮譽制度，因此想以個人加分，來激勵小朋友的想法，果然重賞之下有勇夫！

S11：(她帶著數學附件上的小三角形圖卡上來) 我是這樣做的.....

【她利用小三角形圖卡去覆蓋圖形並且用筆畫出來，這需要一點時間，正當我們都覺得有些悶時，有一個小朋友叫說，"老師，用這個比較快！"他手上拿著一個透明的資料夾，那是早上發下去的讀報資料，每個小朋友都有一份。這時我感到非常的驚喜。】

T：那你上來做做看。

(教學者反思：我後來覺得對 S11 很不好意思，她的方法是正確的，而且也是極重要的面積概念，是接下來的「面積有多大」單元的前置經驗，但是我卻沒有把握這樣的機會，我有錯失良機之憾！另外，小朋友一直用長度的想法來比較面的大小，讓我覺得很焦慮，原來我以為他們經過橡皮筋的具體活動之後，可以很自然地使用圖形表徵，顯然中間的步驟我跳太快了。)

S12：把它蓋上去，用粉筆畫出形狀，再把它移過來，這樣就看出來了。

S12：利用粉筆在透明資料夾上描出圖形的形狀，這樣他就製造了一個可以任意移動的圖形，再把它移至另一個圖形重疊在一起，就清楚看出兩個圖形是一樣大了。此時他得到熱烈的迴響，大家都覺得這樣真的省事多了而且也有共鳴，因為和之前以橡皮筋疊合，確認兩個三角形一樣的學習經驗相吻合。雖然 S12 在剛結束的成績評量只考了 79 分，他的母親馬上在隔天寫了一封長長的信來，想必他也一定被罵慘了。現在，看著他帶著緬靦的笑容，自信心應該恢復了不少。

教育部在頒佈的九年一貫數學領域課程綱要(教育部，2001)中強調，數學教育

應以學生的直觀經驗為基礎，經過逐步數學化過程的引導，促使學生建立相關的知識。在「三角形」這個教學單元中，從對形狀的確認，到實際演示，最後為兩個圖形大小辯證的過程中，我們看到了學生的能力，也看到了創意。

肆、教學反思

一、「開放式的提問」讓學習的主權回歸學生

開放式的提問可以引起學生自發性的學習，即使教師沒有告訴學生全部的答案或正確的解題方向，他們卻能有所進展。例如：在課室的教學活動進行時，我藉著以「你同意了嗎？」、「為什麼？」、「要怎麼告訴別人這是什麼？」、「還有沒有人要說的？」這樣的問話，讓學習這件事不斷地回到學生身上。教室裡不再只是老師站著用力說，學生坐著安靜聽而已。如此老師不提供正確的答案，學生卻依然能朝著正確的方向思考，且靠自己的力量發現知識。這讓人感到一種只有當老師才有的快樂，這種快樂就是看到學生竟然這麼有能力去建構新知識！

二、教師是學生學習鷹架的搭建者

學習的鷹架觀念源自於維果斯基(Vygotsky, 1978)的社會互動論，他認為數學是文化產物（現象）。以蓋房子的物理現象而言，鷹架為一個支撐物，它提供一種力量，讓房子可以不斷地往上搭建。就學習的觀點而言，鷹架支持某一個體邁向學習的歷程。教師的引導就如同搭建鷹架，一步步循序漸進，讓學生在衝突矛盾的情境當中，調整自己的認知結構（黃芳玉，2002），老師的角色就是由此介入。例如：在課室的一開始，學生本來很確定三角形就是要有三個角或三個邊的圖形，但當我把他們的說法實際表現出來時，引起全班熱烈的討論，而讓真理越辯越明；又或者在三角形的造型活動時，請他們要確認兩個三角形要一樣並請他們說出道理來，結果孩子都沒有令人失望。

一個老師能做些什麼，才能使學生主動融入學習，主動建構有意義的數學知識？我想，成功的數學老師除了要有很強的數學知識背景之外，常常反思理想的教學情境是什麼樣子，有助於教師增強為學生搭設學習鷹架的能力，對學生反應的敏感度會增加，知道何時該介入學生的學習。如果教學能學生的想法出發，必定能更貼近教育的本質。當然老師的專業就在一次次的經驗中淬煉出來。師生之間的鷹架在教學相長中更加穩固。

三、尊重孩子的學習方式

常常，老師們會對課室中時間的流逝感到焦慮。老師們覺得焦慮，其實來自於有教學進度的壓力，有考試成績的壓力。但是捫心自問，我們是不是在不知不覺中抹煞了教育的真正本質？看到 S12 得到同學們熱烈的迴響，雖然他的數學評量成績不理想，但是在放手讓孩子討論的過程中，他找到了難能可貴的信心，並進一步肯定自我。

學生才是學習的主體，我們應該把學習的速度還給學生。在數學課室中，老師們會因為學生花太多的時間思考而感到不安，終於耐不住性子直接告訴學生捷算法及標準答案。其實，有時候同學熱烈的討論是需要的，有時候沈默也是思考的一部份。唯有學生真正理解了，才有可能內化吸收為對自己有用、有意義的知識。當學生高喊：「啊！哈！我懂了。」我們的教學才算成功，否則只是一場天花亂墜的表演。

成功和失敗都會上癮，多給孩子成功的經驗，品嚐勝利的果食後，他會越往成功的路途邁進，很多我們期待的結果就會自然而然的出現。

四、教師在職進修 DIY

「反思」一定能促進教學能力的增長嗎？不可否認地，一個具有反思能力的老師，對他的教學精進有所助益，但卻不保證必然。「反思」必須建立在正確的途徑上。美國數學教師協會(NCTM, 2000)所出版之「學校數學原則與標準」(Principles and Standards for School Mathematics)中即主張教師應隨時具備反思的能力，以便於能夠即時改進自我的教學方式。

如何做有效的反思呢？自發性的反思有時候不容易發生，因為人的惰性及盲點。協同教學是一種很不錯的方式，因為老師們經歷共同的教學情境，有利於觀察另一位教師的教學，討論起來容易有共鳴、共識並提供回饋。國內的教育改革風起雲湧，教育當局希望把教學的主導權還給老師。因此，希望在校內推動班群、協同教學、教學研究會（觀摩會），這些都是利用同儕視導的力量激勵大家「互相漏氣求進步」。但是基於各校風俗民情不同，有無法落實的困境，這時自行拍攝教學錄影帶及寫省思札記就是很好的替代方案。

第一次，我採用了錄影的方式檢視自己的教學。由於國內教學環境的關係，從師院畢業以來，一直都在教室的方城之內單打獨鬥，教學的盲點從來沒有人看到，更別說提出忠告了。當我在影帶中看到自己的教學時其實蠻震撼的，感覺就像生平第一次

張大眼看見自己到底在做什麼。不同於鏡中的反射只是影像；錄影帶中的自己可以讓人警覺到行動背後的想法！反思的行動自然就產生了。

參考文獻

教育部(2001)：九年一貫數學領域課程綱要。台北：教育部。

國立編譯館(1998)：數學教學指引第五冊。台北：國立編譯館。

黃芳玉(2002)：一堂熱鬧的數學課---談專家教師的數學教學。科學教育研究與發展，**29**，頁 53-68。

劉秋木(1996)：國小數學科教學研究。台北：五南。

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society : The development of higher psychological process*. Cambridge, MA : Harvard University Press.

Innovating Instruction ~the Lesson Plan of Triangle

Su-Min Hung¹ Der-Ching Yang²

¹Wann Shing Public Elementary School, Changhua

²Graduate Institute of Mathematics Education, National Chiayi University

Abstract

The major purpose of this article was to illustrate the innovating instruction of the topic-“triangle” for the third graders. From the experience of the classrooms, it is considered that the curriculum is only to instill into children some geometric nouns, such as the sides, the apexes and the angles. A closed graph with three angles is usually to be named as a triangle *without* thinking about children’s understanding of the real meaning. After *having* more understanding about the mathematics education that real understanding for mathematics knowledge comes from the learners` experience , and the experiences introspection. The mathematics knowledge *cannot* come through directly from other people’s teaching. Mathematics teacher’s job is not to teach mathematics directly, but to lead children to do meaningful learning, to reflect their learning, and to communicate with their classmates (NCTM, 1989, 2000). Therefore, we not only try to change our teaching methods and apply multiple ways, but also to lead students to construct their understanding, to make meaningful learning, and to maintain the concepts well for a long time.

key words : Innovating instruction, triangle, communication.