

一個創意數學教學活動的實踐 —以撲克牌遊戲融入因數教學為例

黃國勳¹ 劉祥通²

¹嘉義縣南新國小

²嘉義大學數學教育研究所

(投稿日期：92年4月24日；修正日期：92年6月12日；接受日期：92年6月17日)

劇情摘要

本研究將撲克牌遊戲融入小學因數教學，做為因數教學初期的練習與檢驗的活動，以強化學生因數的概念，並藉由實踐了解此教學活動的學習效果。本研究由研究者、一位數學教育學者和一位合作教師組成研究小組，針對研究者在教室現場實施的情形，進行反省、討論與辯證。研究結果呈現課室實踐的歷程以及學生學習的情況。研究發現教學活動透過撲克牌遊戲，能使學生的學習態度變得積極主動，也使多數學生發展因數的概念，並促進深度的數學思考。

關鍵詞：因數；文化活動；創新教學；遊戲教學

壹、楔子

「因數倍數－搞得我七葷八素」——這是個人經驗許多學生數學學習的心聲。不可否認的，「因數與倍數」確實是學生學習數學倍感困難的單元之一。尤其「因數」更是老師教學頭痛的教材，教學時很難讓因數的意義具體化。這是因為因數的概念相當抽象，在學生的生活經驗中也缺乏與因數概念結合的活動。對學生而言，它只是一個獨立於生活之外的數學名詞，比較難透過具體的活動讓學生真正理解因數的意義（黃國勳、劉祥通，2002）。尤其對剛從四年級升上五年級的學生而言，確實是一個很大的挑戰，比以往的教材需要更多的思考與推理（康軒教學指引第九冊，2001）。因此，因數教材總讓我避之唯恐不及！

相關的研究（林珮如，2002；何東墀、蕭金土，1996；陳清義，1995）指出：學童在學習因數時存有若干迷思概念，無法理解因數概念，以致產生學習上的瓶頸。同時陳清義也發現教材中部份概念練習出現次數太少，建議教師應自行設計補充教材。然而，因數概念對學童往後的數學學習有著深遠的影響。就小學數學課程來說，它除了是等值分數的先備知識，也是比例概念的基石（劉祥通、周立勳，1999），更是進入中學以後學習因式、倍式、多項式、因式分解、數列與級數的重要基礎。也就是說，學生如果無法理解因數的意義，往後學習比較高階的數學時，可能會產生新舊知識銜接上的困難。

理解是概念建構的基礎（黃幸美，1997），而概念是數學知識的主軸，只有了解概念，才可以創塑數學的意義（make sense of mathematics）（NCTM, 1989），也唯有學童對基本數學概念的理解，才能有效的進行邏輯推理或證明，這便是往後學習高階數學的基礎。因此，學童必須隨著理解而學習數學是十分重要的（NCTM, 2000）。Brownell（1935）也認為如果學習的結果希望是可長可久的，就必須讓兒童充分理解而且將他們所學的基本數學觀念意義化。所以，我國九年一貫課程特別強調數學教學應著重學生概念的瞭解與能力的培養，避免零碎知識的記憶與背誦（教育部，2001）。但回到教學現實面，由於因數的概念教學不易，再加上隨之而來的公因數和約分，都必須以因數為先備知識。所以，老師們在教學進度的壓力下，往往將因數當作工具性的知識，強調找因數的技巧與計算，而忽略了因數的概念的重要性。因此，如何佈置一個有利於學習的教室情境，幫助學生理解因數的概念，是研究者存在已久的想法。

第一次面對八十二年課程的教科書，不熟悉教材的內容和教學活動，所以重新探

究一番教學指引。在「教材巡禮」之後，欣喜的發現：教材的設計主要讓學生理解基本的數學概念，所以精簡教材的內容，刪除了原來舊課程（民六十四年版）中繁雜的計算和艱深的問題。以因數而言，教學目標在於強調因數意義的理解，煩人的質因數分解、短除法等教材並沒有在五年級出現。請益教過新課程的同仁，都表示教「因數」的壓力確實減輕很多。但「因數」是一個複雜且抽象的概念，它也不像其他教材（如幾何圖形）比較容易透過具體的操作活動來引起學生的興趣，和幫助學生理解概念。此外，教科書的教學活動仍然缺乏與生活經驗結合，因此還是很難讓因數的意義具體化，許多學生對於因數意義的理解還是感到困難的。由於課程精簡教材內容，教學無須再背負繁重的進度壓力，給了研究者嘗試發展因數教學活動設計的空間。同時九年一貫課程強調創新教學與活化教材，更激勵研究者做一突破教學困境的試驗。

Gray 與 Tall (1993) 曾提出「過程概念」(pro-cept) 的觀點，過程概念是由過程 (process) 和概念 (concept) 所組成 (process + concept = pro-cept)。他們認為有些數學概念可經由操作程序的過程而獲得，例如經由「數數」的過程獲得「數」概念，經由「往上數」的過程，獲得「和」(sum) 的概念，經由連續「累加」的過程獲得「積」(product) 的概念 (Gray, & Tall, 1994)。過程概念特別強調「過程 (process)」，「概念 (concept)」，與符號「symbol」三者之間的關係，因而具有雙重性 (duality)、模糊性 (ambiguity) 與彈性 (flexibility) 等三種特質 (Gray & Tall, 1994)。例如， $\frac{3}{4}$ 這個符號，既代表 3 除以 4 的過程，也代表分數 $\frac{3}{4}$ 的概念，因此 $\frac{3}{4}$ 這個符號是過程也是概念，這是所謂的「雙重性」。而 $\frac{3}{4}$ 這個符號也在過程與概念間游移，視人類如何看待它而定，則是所謂的「模糊性」。也就是說，具備了過程概念才能掌握符號所代表的意義。更具體的說，過程概念是一種以「彈性」的方法使過程意義化的能力，它能让過程和概念在心中相互轉換，而二者之間沒有任何差別。再以因/倍數的概念為例，在整除的算式中，「整除」的過程表徵出倍數（被除數）除以因數（除數），「整除」也代表著二數相除的結果（餘數為 0），更蘊含著因數與倍數的「身份」。雖然吾人未賦予因數與倍數特定的數學符號，但是因數與倍數都是經由此等過程而得到的概念，所以因/倍數都具有過程概念的特質 (黃國勳、劉祥通，2003)。具有過程概念的學童因為理解過程中數學符號與程序的意義，而能將它們彈性思考與靈活運

用，以致成功學會數學的概念。學童在建立數學概念的過程中，除了學習演算技巧的過程，更需要藉由活動來連結概念的意義，才能形成正確的過程概念。反之，如果只是記憶過程的程序而無理解程序的意義，雖然反覆的操作程序並不能獲得過程概念。

在本研究中，研究者將撲克牌遊戲融入因數教學活動（見教學活動設計），在打牌的過程中，其實是個數學思考的歷程，學生們必須先了解某一個數是否能整除「指定數」，而後才確認是否為「指定數」的因數。基本上，學童能正確打出牌，已進行了二個階層的抽象思考。也可以說，遊戲規則要求學生打出「指定數」的**因數**（不是整除的數），學生首先必須能將整除的概念與因數的意義連結成功，再由因數抽象反思整除的意義。此外，學童為了獲得勝利，除了瞭解基本的因數概念是不夠的，還需具備打牌的技巧與策略。因而引發了學童彈性思考與靈活運用因數的知識，這個過程對於學生而言，延展了他們因數的概念，也是個高層次的數學思考。總之，本研究「因數賭城」的設計是希望透過打撲克牌活動來檢驗學童對於因數的理解，以及發展因數的概念。

總而言之，基於九年一貫課程創新教學的精神，以及因數概念的重要性與對學生學習產生的困擾。研究者乃嘗試將撲克牌遊戲融入因數教學活動來引起學生的學習動機，並結合學生的實際生活經驗做為教學的基礎，希望以活動的方式的來取代教科書上因數的教材與教法，來幫助學生學習因數的概念。本研究透過合作行動研究的方式，由研究者（黃老師）、一位數學教育學者（劉老師）和一位觀察教師（吳老師）組成研究小組，進入研究者擔任級任的教室現場，共同討論與驗證撲克牌遊戲融入因數教學的可行性與學習效果。以下首先介紹本研究的教學活動設計（劇本），其次呈現教學活動實施的效果（好戲開鑼），最後則是本研究的結語（結尾）。

貳、劇本

本研究將撲克牌遊戲融入數學教學活動中，目的是藉由學生日常生活喜歡玩的撲克牌來激發學習興趣，以避免反覆無味的計算練習，使學生對數學產生厭煩，甚至只知道計算的方法，卻不理解因數的概念。換句話說，也就是利用孩童喜歡遊戲的天性，布置一個具有挑戰與思考的課室情境，讓學生在真實的情境中主動操作與探索，無形中除了持續不斷的進行因數的計算練習，也使他們理解因數的概念。

Vygotsky 認知發展論中的「近側發展區」（zone of proximal development），強

調「學習社群」的重要性，學童透過與老師或同儕的溝通、協調，才能產生有感覺的知識（陳慧娟，1998）。情境學習理論學者 Brown, Collins 與 Duguid（1989）也認為學習是源自社會互動的過程，所以特別強調學習互動與分享。Lave 與 Wenger（1991）更明確指出：認知是一個複雜的現象，而學習活動本身就是專家與生手之間產生社會互動、共同參與的過程。所以 Young（1993）認為學習環境的布置應該考慮「分配式智慧」（distributed intelligence）的觀點。也就是說，教師應適時提供不同專長或程度的學生互相學習的機會，來幫助學生成長。綜言之，知識具有社會共享與分配的特性，異質性團體的設計，提供同儕彼此互動與觀摩的機會，從中所製造的認知衝突，正是提升「近側發展區」的重要機制（陳慧娟，1998）。本研究教學進行採用小組學習的方式，採用異質性分組，每八個學生為一小組，進行撲克牌遊戲與佈題的討論。在每一小組中又以二人為一對，一為程度好的學生，另一為程度較差的學生，藉此先提供程度較差的學生觀察程度好的學生的「玩法」，再接受程度好的學生的指導和引導，希望藉由互動與分享的學習情境中，使程度較差的學生從周邊緣參與逐漸進入核心參與，以產生有意義的學習（Rogoff, 1995；Lave & Wenger, 1991；張世忠，1996）。此外，也透過教師的佈題來誘發學生的認知衝突，使其深入思考，開啓知識形成的先機（陳淑娟，1999），再提供學生們鷹架式的引導以釐清因數概念，並擴展數學知識。

Nesher（1986）指出：認識程序與演算法也可以增進概念的了解。Piaget（1985）也認為：不斷透過程序、行動（action）與運算（operation），過程可以理論化為思考的物件（objects of thought）。Gray 與 Tall（1993）進一步強調：從操作數學程序（procedure）進入可操作的心理物件（mental object）的認知改變，是學習數學概念最重要的過程。如前所述，本研究「因數賭城」的教學活動設計讓學童從打撲克牌的過程中操作乘法或除法的演算與程序，先理解整除的意義，再經由確認「整除」來尋求因數及發展因數的相關概念，並將所得因數知識應用於打牌活動。這個歷程中學生不僅操作因數的程序而已，還將因數當做心理物件予以抽象運思。簡言之，即希望將活動引入因數的教學，來建立學生具有彈性思考特質的過程概念。

受限於撲克牌的數字較小（1 至 13），因此本研究「因數賭城」教學活動設計的使用時機為因數的啓蒙活動告一段落之後實施，以做為初步檢驗學童因數概念理解的情形。茲將本研究「因數賭城」教學活動設計的教學目標、活動說明、教學時間、遊戲規則和佈題說明如下：

活動名稱：因數賭城	
教學目標	強化與檢驗學生的因數的概念。
活動說明	透過玩撲克牌的遊戲，讓學生確認整除的過程，發展因數的概念。
教學時間	四十分鐘
遊戲規則	<p>類似「撲克牌大老二」的玩法</p> <p>(一) 每兩人組一小隊，每組分四家競賽。</p> <p>(二) 一副撲克牌分給四家，每家分得 13 張，最先將牌出完為優勝者。</p> <p>(三) 由拿到黑桃 2 者先出牌（出什麼牌都可以），跟牌者的點數只要是第一出牌者點數的因數即可，不分牌的點數和花色大小，若無牌可出時，則輪空由下一人跟牌。</p> <p>(四) 當沒有人可以跟牌時，則由最後跟牌者取得新的出牌權。</p> <p>(五) 當有一家將牌出完取得第一優勝後，其餘三家仍然繼續玩，新的發牌權則由第一優勝者的下一家取得。以此類推，直到四家都分出勝負為止。</p> <p>(六) 每出完某一數的因數後，由組長將該數的因數的撲克牌整理成一疊，並於一局的比賽結束後，以展示各疊撲克牌的方式，詢問組員各數的因數。</p>
佈題	<p>(一) 哪一張牌最容易打出去？為什麼？</p> <p>(二) 哪些牌比較難打出去？為什麼？</p>

本研究「因數賭城」教學活動設計於課室實踐時，學習效果的評估包括認知學習與情意表現二方面，評估的方式乃透過以下三個方式：觀察學生上課的反應情形、檢驗學生的學習表現和評閱學生數學日誌的內容，尤其是中低程度學生的部分，此為資料來源的三角校正。為了協助學生做數學日誌的寫作，日誌內容以「老師上課教的是」、「我學會的是」和「我的感想」三個標題，來引導學生寫作。前二項在於評估學生的學習表現，第三項乃評估學生情意的表現，希望藉由學生不同向度的寫作內容來評估教學的成效。另外，經由參與研究人員共同討論、辯證，以避免研究者個人主

觀之認定，則為參與研究人員的三角校正（吳芝儀、李奉儒譯，1995）。

參、好戲開鑼

本研究撲克牌遊戲融入因數教學的活動設計，付諸實踐的結果，發現學生無論在學習態度或學習效果上，都比以往「照本宣科」的教學有很大的改善。茲將本研究「因數賭城」教學活動設計實踐的結果分述如下：

一、學生熱衷於遊戲活動，主動積極參與學習

耶！又要上數學了，一聽到要玩撲克牌，每個人的臉上都洋溢著愉快的笑容，甚至有人還大聲歡呼，整個教室鬧哄哄的，好像一個菜市場！（900912 25 誌）

班上觀察力敏銳、擅長寫作的小羽在數學日誌中，真實的描寫出黃老師預告「玩撲克牌」遊戲時，教室內學生期待的心情與興奮的氣氛。由於前面二個遊戲（起始活動和發展活動）帶給學生非常愉快的學習經驗，連續增強的結果，使學生一聽到又要玩遊戲，顯得格外興奮。特別這次是「玩」平常被禁止在學校玩的撲克牌遊戲，學生除了有些新奇之外，也或多或少有突破禁忌的解放感覺（900912 札）。

能將平常讓人以為只用於賭博或娛樂的撲克牌，黃老師很有創意的運用於因數的教學，除了能引起學生的學習動機之外，也可以利用這個機會使學生改變對於撲克牌的看法與用途（900912 吳討）。

吳老師點出了「因數賭城」學生玩撲克牌的奇妙心理，也道破了黃老師當初設計這個教學活動的用意：

曾經有一個前輩現身說法談起他應用「撿紅點」的遊戲，讓低年級學生學習加法效果很好，卻惹來家長到學校興師問罪，老師怎麼可以在學校教小孩子賭博？……這位老師的說法給我很深的印象，所以我設計教學活動時就有了可以讓學生玩撲克牌的靈感，我真的預期學生一定會喜歡這個活動，那我也希望透過這個活動來打破「撲克牌」給大人或學生的迷思！（900912 黃討）。

事實上，沒有引來家長的質疑，倒是學生熱烈參與學習的情形超乎黃老師的預期：學生們一組一組的在「打牌」，勝利的歡呼聲夾雜著哀嘆抱怨聲，有時還帶有同組學生的竊竊私語，看起來真像是來到「阿拉斯加賭城」（900912 觀）。從學生們的數學日誌可以讓人想像學習氣氛熱絡之一二：

我的感想上完這一堂課使我覺得老師可以讓**數學課就給我們這麼興奮**，像我們上次一樣

給我們那麼興奮。(900912 22 誌)

今天大家很高興，玩完了，老師有出問題問我們三題，大家**很多人都有舉手**來回答這三題的答案。(900912 01 誌)

相較於以前問學生問題時，總是稀稀落落舉手的情形，真是不可同日而語啊！平常數學成績很差，又木訥寡言，喜怒不形於色的小忠，雖寫下短短感想：因為撲克牌的因數非常好玩，也非常高興。(900912 04 誌)

卻足以說明這個教學活動真的讓學生非常的高興，學習氣氛熱絡高漲！

大家藉著玩遊戲來上數學，就可以比較快學會，因為大家覺得好玩就會多玩幾次，也可以說是在複習數學。(900912 28 誌)

沒錯，這個撲克牌遊戲就是要摒除反覆無味的計算，讓學生們在無形中積極、主動的進行數學學習。事實上，在玩撲克牌的過程中，學生有立即清楚 1 到 13 這些數的所有因數的迫切感，否則會使遊戲中斷引來同組的抱怨。也就是說撲克牌的遊戲除了有引起學生主動的學習意願外，還帶給學生無形的學習壓力，這樣的壓力比起老師或家長所給予的督促應該是更樂於接受的且不覺得厭煩的。

以往是全班靜默聽著台上的老師口沫橫飛的講述，偶而老師的問答，才出現師生互動的情形，學生之間幾近沒有互動。靜肅的教學氣氛下，儼然藏著一顆顆不安的心。在玩撲克牌遊戲後，讓學生先討論老師的佈題，再請各組派代表說明，最後則進行全班一起討論。雖然秩序上有些吵雜，但是可以確定大多數的學生都在參與學習活動。我想，就學習而言，這是比較重要的(900912 札)。

二、透過佈題引導，強化了中低程度學生的因數概念

這個教學活動設計的用意是：(一)讓學生們能快樂、主動的練習因數的計算，而不覺得厭煩。(二)藉由教師佈題的引導，強化學生的因數概念。第一個目的在研究者意料之中很快的達成了。第二個目的則由研究者設計的三個佈題發揮了極大的功效：

在佈題一「哪張牌最容易打出去？」的討論中，學生在黃老師的問話後，都隨即斬釘截鐵的表示：

原案一 (哪些牌最容易打出去?)

黃老師：「你們剛玩了撲克牌，你覺得哪些牌最容易打出去？」

學生齊答：「1。」

黃老師：「為什麼？」

學生齊答：「因為1是所有數的因數。」

黃老師：「還有哪些牌也是容易打出去的？小恬妳說說看？」（黃老師這次特別指定中低程度的小恬回答）

小恬：「2。」

黃老師：「為什麼？」

小恬：「因為2也是很多數的因數。」

黃老師：「比如呢？」

小恬：「2、4、6、8、10、12。」

黃老師：「回答的很好，給她鼓勵鼓勵！」（同學熱烈的掌聲響起）

黃老師：「妳想還有沒有其他的牌也是容易打出去的？」（黃老師繼續追問以確定她了解的程度）

小恬：「3吧！」（遲疑了一下，好像沒有很把握的樣子）

黃老師：「為什麼？」

小恬：「3可以給3、6、9、12整除！」

黃老師：「不錯啊！不過應該說3可以整除3、6、9和12，而不是3可以給3、6、9、12整除」（黃老師隨後在黑板上說明「3整除6」與「6被3整除」的正確說法。）（900914 觀）

顯然的，小恬從打牌中理解了：2是偶數的因數。再繼續追問3為何也是容易打出去的牌時，她從整除的觀點來回答問題，雖然她對於「整除」的說法混淆不清（事實上，這對許多學童而言仍然是分辨不清的。），但表示她也已將整除和因數二者產生連結。

也可以從數學日誌中了解低程度學生學到了什麼？

我學會的是：知道1到13的因數，1是最好打出去的牌，因為每個數的因數裡都一定有

1。(900914 28 誌)

她從打牌中增進了「1」是每個數的因數的理解。

在佈題二「哪些牌較難打出去？」的小組討論，研究者介入了第四組的討論，扮演引導者的角色，研究者提問「哪些牌較難打出去？」，學生們紛紛的說出「13」、「7」、「11」、「9」，但是接著曜鴻說出「12」時，引起研究者的好奇與關注：

原案二（哪些牌較難打出去？）

黃老師：「哪些牌較難打出去？」

小鴻：「12 點。」

黃老師：「12 為什麼難打出去？」（追問曜鴻）

小鴻：「因為 12 只有別人出 12 時才可以打出去！」

黃老師：「那你手中如果有 12 的牌要先打出去嗎？」

小儀和小廷同時立即明確的回答：「不要！」

黃老師：「為什麼？」

小儀：「因為打 12 出去，別人就有很多支牌可以打了，不就幫了別人害了自己了嘛！」

黃老師：「還有哪些偶數的牌比較難打出去？小儒！」（故意找這一組程度最差的小儒來回答）

小儒：「6。」（遲疑了一會兒才回答）

黃老師：「對嗎？小銘！」（小銘的程度比小儒稍微好一些）

小銘：「不對。」

黃老師：「為什麼不對？」

小銘：「因為別人出 12 的時候可以出 6 啊！」

黃老師：「你說還有別的嗎？」

小銘：「10。」

黃老師：「小儒你再說說看還有沒有？」

小儒：「8。」

黃老師：「為什麼？」

小儒：「別人出8的時候我才可以出。」(900914 觀)

再回到全班後續的討論中，學生也歸納出大的偶數(12、10和8)的因數比較多，所以要最後才出牌。小禎學習後的日誌便強調這一個策略：

12 這張牌不能打，因為12的因數有很多，所以如果放出去可能會對自己不利，所以要放就要放對自己有利的。(900914 09 誌)

對於程度中下的小鳳而言，她也從活動和討論中學得「什麼牌比較難打出去？」：

比較難打出去的牌都是比較大的，最後剩7~13的數都只能比較難打出去。(900914 34 誌)

程度好一點的同學的說明則較為詳細，是另一種因數概念的理解。

每一個整數的因數都有「1」的數字。1~13的因數，打牌時，13和11和7最難打，因為13、11、7因數只有1和本身。(900914 04 誌)

最難打的牌都是比前面較大的牌，都是比6大的牌而且最大的牌像7~13的因數都只有能除自己。

經過佈題一、二的討論與發現，佈題三「手中握有哪些牌比較可以穩操勝券？」的問題對學生而言，就輕而易舉了！

此外，部分學生也從遊戲中獲得求因數的技巧，並聯想到奇數與偶數之間的關係：

要除盡奇數可以直接跳著算，不用算偶數，因為偶數不可能除盡奇數(900914 10 誌)

1是每個數字一定有的因數，還有奇數的數字沒有偶數的因數。(900914 16 誌)

這個遊戲的過程中，讓我了解奇數不能被偶數除去，玩的時候要先從最難的先出去，像13、12、11……這些都是較難出的數目字。要出牌時盡量從7~13這些數開始出，如果是出最簡單的，那麼勝利者可能就是別人了。(900914 25 誌)

奇數的因數有時會比偶數少。(900914 11 誌)

小禎在數學日誌中提出他想到的問題：

假如前面的人出 12，我們要找出它的因數，有 1、2、3、4、6、12，再來人家出 8，那 2 和 4 都已經出完了，那組長把 8 的因數收起來的時候不就沒有 2 和 4 了嗎？(900914 09 誌)

他提出的問題或許會發生，也或許已經發生在他的身上。但無論如何，重點是透過這個活動的操作（實踐）讓學生經驗種種的因數概念，再藉由經驗後的反思，使他的因數概念更為成熟。學生能在遊戲的情境中，無須老師的講解說明，便能自然的形成因數的相關概念，也就是他們從活動中建構自己了的知識。除了欣慰更驚訝佈題對學生學習的影響（900914 省）！

三、學生為了致勝引發出牌的策略

或許是天性使然，學生很快的進入遊戲的規則之中（900912 觀）。學習的情形和檢驗的成果，著實令參與研究人員感到欣喜：

「原本我們的設計是希望程度好的學生來幫助程度差的學生，在我的觀察看來，分不出那個是程度好的學生？那個是程度差的學生？表示中低程度的學生不需要幫助也能正確打出應該打的牌。」(900912 劉討)

研究者也回應劉老師的話：

「從撲克牌的遊戲中，我們還是可以看出獲勝的都是程度好的學生。打牌時不僅要知道那個數的因數有哪些？致勝的秘訣還更需要一些策略。不過就如同劉老師所說的，程度差的學生也能獨自完成打牌的遊戲。」(900912 黃討)

黃老師的班級在進行撲克牌遊戲時，發生了一段插曲，程度普通的阿亮被同組的牌友抗議他有「藏牌」的行為：

原案三

黃老師：「什麼是藏牌？」

小雯：「就是阿亮人家打 10 的時候，他明明有 2 卻不打出來。」

黃老師：「阿亮！你為什麼不把 2 打出去？」

阿亮：「我其他的牌都不好打出去啊！我把 2 留著才有機會換我發牌啊！」（阿亮一邊說著一邊拿出手中的牌給黃老師看，他手中的牌只剩下 2、7、11 和 9 四張牌）

黃老師：「什麼意思？」（黃老師乍聽之下不懂阿亮的意思。）

阿亮：「就是說我 2 打出去了，剩下的就只能跟人家出了！」

黃老師：「跟人家出沒錯啊！？」（黃老師不懂阿亮的意思。）

阿亮：「那我就不能贏了。」

黃老師：「那跟留 2 有什麼關係？」（黃老師還是不懂阿亮的意思。）

阿亮：「廿！廿！2 比較好打出去啊，留著當『王牌』。」

黃老師：「王牌？什麼王牌？」（黃老師還是有點迷惑。）

阿亮：「這個嘛，就是說把 2 留下來，等到最後別人的牌快出完了（意指容易打出去的牌）我再出 2，就換我發牌了。接下去我就可以一直出自己的牌了啊！」

黃老師：「原來這樣！」（黃老師終於懂阿亮的意思。）

阿亮：「對啊！」（靦腆又得意的微笑著。）（900912 觀）

阿亮的說法著實給黃老師一些震撼，想不到以阿亮的程度竟也能掌握玩牌的奧妙。或許平日他玩撲克牌遊戲經驗豐富，所以很快便能抓住一些訣竅。但無論如何，因數的撲克牌遊戲是他剛接觸到的玩法，他有此想法，至少表示他能分辨 1 到 13 這些數的因數的個數是不同的，有些數的因數較多，有些數的因數較少。在阿亮的藏牌例子中，2 就是很多數的因數，而 7、9、11 就只有是自己的因數了。

在理解了阿亮的「藏牌」行為後，黃老師當下對全班說明「藏牌」的策略，並允許大家使用這個方法。之後，除了讚揚阿亮外，也順便問問還有誰用這個方法。原來「藏牌」的策略不只發生在阿亮身上，聰明的小涂也是箇中好手呢！他的數學日誌中非常得意的寫著：

我們一邊玩老師一邊問我們問題，我就說出了我的秘訣，我都先故意跳過去，等大家的牌都出完了我再出牌，就可以換我有發牌權了。（900912 04 誌）

好戲總是不孤單，續集也很精彩呢！小巫的數學日誌寫下了黃老師觀察不到的層面：

阿亮說最後才出牌，我就想到也可以**算牌**，例如，「 $Q=12$ 」它的因數有「1、2、3、4、6、12」，一個數有4張牌， $6 \times 4 = 24$ ，就算到23張，那時候就可以出牌了。（900912 04 誌）

小巫所謂的「**算牌**」是以12的因數為例，有「1、2、3、4、6、12」6個因數，總共有24張牌。當他手中握有其中某些牌時，必須「藏住」其中一張牌，等待其他23張牌都打出去，他留著最後出牌便可以取得「發牌權」了。

因著學生們在撲克牌遊戲中有共同的舊經驗為基礎，在阿亮說出「藏牌的玄機」之後，便馬上引起小巫的共鳴。雖然這些學習已脫離了「學校」因數知識的範疇，而且能將它們應用於「生活」的數學。透過這個活動的討論與對話，卻激發了部分學生靈活的運用頭腦做數學的思考，實非預期的效果卻是最寶貴的驚喜。讓我對學生的無限潛能讚嘆一番吧（900918 省）！

四、學童改變對數學課的觀感

對學生來說，一談起上數學課總是「痛苦多於快樂」或者是「一家歡樂百家愁」！學生們到了高年級，經過幾年一連串的考試和挫折，我已不敢期望學生會對數學產生好感，但求他們乖乖坐好，認真點學就好了。但萬萬想不到這一次遊戲教學竟可能是扭轉不愉快局面的活棋（900912 札）。

我覺得用牌子來教導學生是一個**很輕鬆的教學**！（900912 21 誌）

能從這3個遊戲中學到因數，讓大家能夠**快樂的學習數學**，希望以後都能用這種方法來教數學。（900918 21 誌）

這種方法可以使大家更加的認真，**我希望天天都可以上課**。（900914 04 誌）

今天老師教我們玩大老二，邊玩老師邊教數學，有黑桃二的要出一張牌，再把那張的因數找出來，**真是簡單又好玩**！（900912 07 誌）

我喜歡用玩遊戲來上數學，可以**學得比較快**，希望每天都可以用遊戲來上數學。（900912 06 誌）

希望老師以後也可以這樣**用遊戲方式來加強大家對數學深入了解**，這樣比較不會忘記。

(900918 30 誌)

玩撲克牌找因數的遊戲，可以讓我們練習，用最快的方法找出因數。(900912 24 誌)

利用玩遊戲的方法，可以讓我們記得很清楚，也很有趣！(900914 23 誌)

平常體育課一條龍，數學課一條蟲的小豪，在數學日誌的學習感想寫出了同學們的心聲，也給老師們一些省思：

我希望老師可以用這種方法來上課，因為大家**原本很討厭上數學課**，後來老師用這種方法（玩撲克牌），大家**變得很有興趣了**。(900918 01 誌)

數學課對大多數的學生來說是令他們感到焦慮的，是數學本身給學生壓力？還是老師的教學給學生帶來挫折？從學生的學習心得不難找到答案！（900912 省）

中低程度學生的學習情形向來都是黃老師感到束手無策的。他們因為數學理解能力較差，以致數學的學習發生困難。也因此對數學的學習缺乏信心，平常課堂的討論和發表，能不被老師點名叫起來「問話」就算是幸運的了，更甯談他們主動出擊了！不過，進行修正教學時，黃老師規定每一個數的因數的牌打完後，要將撲克牌整理好成一疊。以便讓學生複習某一個數的因數有哪些。黃老師欣喜的發現：那些程度較差的學生竟也當起主持人的角色（本來應該是組長的工作），自信大方的問同組的組員某支牌的因數有哪些？小成便是個令人印象深刻的例子：

原案四

小成（該組程度最低的學生）：「9 的因數有誰？」（拿著撲克牌問同組的組員）

小輝：「1、9」

小成：「還有呢？」（小成一邊把手中 1 和 9 的撲克牌現出來，得意的提示小輝）

小輝：「還有 3。」

小成：「對了！那 12 的因數咧？」

小輝：「1、2、3、4、12。」

小成：「還有一個喔？」（小成一邊把手中 1、3、4 和 12 的撲克牌現出來，然後再提示）

小輝：「啊！還有6。」（小輝也露出滿意的笑容）（900912 觀）

他們平日上課時表現出自卑與羞於表達的樣子，已不復見！是遊戲讓他們忘記了「數學不好」的標籤，也讓他們對數學課有正面的態度。對成績不好的學生來說，我想除了「數學知識」，還有更重要的東西——「自我的肯定」與「學習的態度」（900912 省）。

學生在玩撲克牌的活動中不僅要了解某一個數的因數，也需要運用因數的知識來解決其所面臨的問題，例如擁有發牌權時，要判斷先發哪一張牌對自己後續的發展才有利？判斷哪些牌要先打出去，哪些牌可以留到最後？這些學習內容都是因非例行性的教學所衍生出來的，這樣的數學學習其實是一種學習遷移的過程與結果，因為學生將所獲得的基本因數概念，應用於撲克牌遊戲情境中，需要對因數概念有高層次規則的理解。而且活動過程中不但促進了學生深度的思考，也是對教材加深加廣的學習，不管對學生或老師都是額外的收穫。

情境理論學者 Lave（1988）認為：學習通常發生於行動、情境與文化的作用之中。也就是說，學習是身歷其境（situated）所產生的作用，在小學數學的課室裡如果老師只是一味的講述，學生是不能產生感同身受的體驗。Brown、Collins 和 Duguid（1989）等人也認為知識的學習必須建構在真正的活動裡，學童從文化與活動中學習可以抽離出概念。本研究中撲克牌遊戲的形式從一般日常生活中學童熟悉的「大老二」修改而來，屬於一種文化概念活動，也就是文化中平常實施的活動（the ordinary practice of culture），因此它便是一種真實的活動（蔡文煥，2000）。學童從中建構了他們自己的數學知識，並且使形式與非形式的知識產生連結。例如在阿亮「藏牌的對話」和「哪張牌最容易打出去？」的討論中，學童不僅理解了某個數有哪些因數等形式上的數學知識，也知道利用因數的個數不同的知識創造「打牌的最佳策略」，以贏取遊戲的勝利。

此外，蔡文煥（2000）的研究發現：具有經歷相同的文化概念的兒童，都具有相似性的思想和習慣，更容易藉由認知分享而產生知識。因此將兒童文化概念活動引入教室教學時，半數以上的兒童擁有相當多的舊經驗，教學植基於兒童的舊經驗上當然比較能產生共享認知的機會。除此之外，「因數賭城」的教學活動設計提供了學生主動使用學得因數的知識的機會。換句話說，學童並非只獲得因數的知識，而是將已學得的因數知識當成「武器」，他們必須彈性的思考與運用這些數學知識才能產生致勝

的策略。同時，學生不斷地在撲克牌遊戲中使用因數的知識，使他們對因數的特性會更清楚，增進了對數學概念深入的理解。學童也因為漸漸從活動中修正及連結數學知識，「修煉」後的結果使得撲克牌遊戲更為精緻化。學童打牌越打越流暢，使用的策略越來越多便是最好的證明。

Pompeu 曾在巴西以兒童的日常生活數學做為學校數學課程設計的基礎，經過實施後發現：學生非常熱烈的參與各種教學活動，一改以往學校裡傳統教學的被動，以及記憶和重複的狀況。而且學生也能信心十足的提供他特有的知識與經驗，積極主動參與討論，辯證重要的數學想法等（引自黃敏晃譯，1991）。饒見維（1996）也認為將遊戲融入數學科的教學活動，教學過程充滿了刺激與樂趣，能激發兒童的學習興趣。NCTM（2000）更強調有效的數學教學必須要有一個挑戰和支持的課室學習環境。所以在學習的過程中，不應只是在上課剛開始來引起學生的學習動機，而是讓他們都能處於刺激、挑戰與腦力激盪的情境中，一直保有學習的「續航力」，才是學習成功的基礎。本研究「因數賭城」的教學活動，透過遊戲提升學生的學習興趣，使他們全神貫注、積極參與教學活動，再經由教師適當的穿針引線—佈題，強化了他們的因數概念。此外，學生為了變成贏家，因而促進他們深度的數學思考，形成了各種致勝的策略，更精進了對因數概念的理解。甚至也因為遊戲融入教學活動而對數學課產生正面的觀感。

肆、結尾

如果將本研究「因數賭城」教學活動設計的實踐當作一齣戲，那可說是一齣精彩的好戲——過程刺激有趣，情節曲折離奇，令人無法預測，猶如驚異大奇航！當然，學生是最佳的主角，運用他們無限的潛能與智慧，將一個簡單的劇本發揮得淋漓盡致。研究者（即教學者）則扮演製作人、編劇及導演的多重角色，負責整齣戲劇的前置、現場和播出的主要工作。其他二個研究參與者（劉老師和吳老師）就如同監製人的角色，負責指導與監督戲劇的演出，並與研究者交換意見（討論、辯證），以做為戲劇演出（教學實踐）的驗證機制。

「因數賭城」是將撲克牌遊戲融入數學教學，經實際演出的效果，發現學生學習興趣盎然，主動積極參與學習活動，增進了教學的效能。此外，遊戲讓學生覺得活潑有趣，使他們處於一個沒有教師與學科壓迫的學習情境中，自然而然的改變對數學課

的觀感。值得一提的是，從玩撲克牌的遊戲中，學生們反覆的計算練習而不「敢」厭倦，所以可做為因數概念初學者的計算練習，同時也可提供教師檢驗教學的活動。

更令研究參與者欣喜的是：中低程度學生尚能從玩撲克牌中發展因數的概念，如每個數的因數都有 1，或理解到每個數因數的數目都不太相同，有的比較多，有的比較少。而再從因數的意義反思某些數是很多數的因數，所以很容易將牌打出去（如 1 和 2），某些數比較少當其他數的因數，所以很難將牌打出去（如 11 和 13）。總之，「因數賭城」的教學活動讓學生在遊戲中提供學生非例行性數學思考的機會，促進學生形式與非形式數學知識的連結，不僅有助於因數概念的發展，也使他們的數學思考更靈活更深入。

參考文獻

1. 何東墀、蕭金土（1996）：**國小數學學習障礙學生之鑑定、學習問題診斷、學習策略教學效果之研究**（未出版）。
2. 吳芝儀、李奉儒（1995）：**質的評鑑與研究**（Patton, 1990; Qualitative evaluation and research methods）。台北：桂冠。
3. 林珮如（2002）：**國小學童因數解題與迷思概念之研究**。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文（未出版）。
4. 張世忠（1996）：從社會建構學者的觀點看學生的分享對概念學習上的重要性。**興大人文社會學報**，5，181-192。
5. 張春興（1996）：**教育心理學--三化取向的理論與實踐**（二版）。台北：東華。
6. 康軒文教事業（2001）：**第九冊數學科教學指引**。康軒文教事業出版。
7. 陳清義（1995）：**國小五年級學童因數、倍數問題學習瓶頸之研究**。台北市立師範學院初等教育學系碩士論文（未出版）。
8. 陳淑娟（1999）：**透過合作行動研究探討一個國小班級的數學討論活動**。國立嘉義師範學院國民教育研究所碩士論文，（未出版）。
9. 陳慧娟（1998）：情境學習理論的理想與現實。**教育資料與研究**，25，47-53。
10. 台灣省國民小學教師研習會（黃敏晃等，1997）：**國民小學數學實驗課程教師手冊第十冊**。
11. 黃幸美（1997）：兒童的概念學習、解題思考與迷思概念。**教育研究雙月刊**，55，

55-60。

12. Bishop A. J. (1991) /黃敏晃譯 (1991)。文化與數學課程。科學教育月刊，144，1029-1033。
13. 黃國勳、劉祥通 (2002)：歡樂滿堂的數學課－因數教材創新教學之實踐。科學教育研究與發展季刊。26，52-64。
14. 黃國勳、劉祥通 (2003)：五年級學童學習因數教材困難之探討。科學教育研究與發展季刊。(出版中)。
15. 劉祥通、周立勳 (1999)：國小比例問題教學實踐課程之開發研究。國立台中師範學院數理學報，3(1)，1-25。
16. 蔡文煥 (2000)：以日常生活活動為基礎促進兒童數學學習－以撲克牌為例。八十九學年度師範學院教育學術論文發表會論文集。新竹師範學院。
17. 謝堅 (1997)：實驗課程中因數與倍數教材的設計。國立嘉義師範學院八十六學年度數學教育研討會論文暨會議實錄彙編。
18. 饒見維 (1996)：國小數學遊戲教學法。台北：五南。
19. Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P.(1989) Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18(1), 32-42.
20. Brownell, W. A. (1935). *Psychological considerations in the learning and the teaching of arithmetic*. In *The Teaching of Arithmetic*, in the Tenth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, edited by D. W. Reeve, 19-51. New York : Teachers College, Columbia University.
21. Gray, E. & Tall, D. (1993). Success and failure in mathematics : the flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics Teaching*, 142, 6-10.
22. Lave, J. (1988). *Cognition in practice: mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
23. Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge, England : Cambridge University Press.
24. National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
25. National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principle and Standards for*

School Mathematics. Reston, VA: NCTM.

26. Nesher, P. (1986) . Are mathematical understanding and algorithmic performance related? *For the Learning of Mathematics*, 6, 2-9.
27. Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structures*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
28. Rogoff, B. (1995) . Observing sociocultural activities on three planes : Participatory appropriation, guided participation and apprenticeship. In J. V. Wertsch, P. D. Rio, & A. Alvarez (Eds.) , *Sociocultural studies of mind*. Cambridge University Press. 139-164.
29. Young, M.F.(1993) . Instruction design for learning. *Educational Technology Research and Development*, 41(1), 43-58.

Practicing an Innovative Mathematics Teaching Activity – Using Poker Game to Teaching Divisors Unit as Example

Kuo-hsun Huang¹ Shiang-tung Liu²

¹Nan-Shin Elementary School, Chiayi County

² Graduate Institute of Mathematics Education, National Chiayi University

Scenario Abstract

The purposes of this study were to develop and to practice innovative teaching activity and to examine students' learning situations from practicing the activity of poker game on divisor's unit. The researcher, a math educator, and a cooperative teacher formed a research grouping this study. They had a lot of reflective and deliberate discussions about teaching episodes. The learning situations and interactive discussion from teaching episodes are presented. This study found: the poker game activity could motivate students' learning attitude, help students develop the meanings of divisor numbers, and enhance students to understand divisor numbers deeply.

Key words: divisor numbers, culture activity, innovative teaching, game activity