

一位實習教師學習國小數學教學之個案研究

李源順 楊棻雅 何佳恩

臺北市立教育學系數學資訊教育學系

(投稿日期：96年4月8日；修正日期：96年6月6日；接受日期：96年6月29日)

摘要

本研究的目的是探究在教育實習期間，一位學生教師的數學教學知能，以及她的數學教與學的信念。她是一位師範院校的公費生，就讀於數學資訊教育學系數學組四年級。資料收集包括她的課堂札記、教學觀摩心得、教學演示、教學實習、教學評論、教案、與網路社群的互動、以及訪談資料。資料的信度和效度則由上述資料進行三角校正。研究結果發現，個案學生教師在學期間對於學理的學習都用自己的認知來詮釋，因此對於數學學理的詮釋有些相符、有些出現偏差的情形。對於數學知識的認知和學生的認知知識有時也會和師資培育者的說法相左但也合理的情形。她的教學方式，雖然偏向講述或引導的教學方法，但是她在教學過程中也出現重視營造數學感的教學，以及能處理學生的迷思概念。她之所以會偏向講述或引導的教學方法，主要和她偏向傳授觀與接受觀的教與學的信念有相關性。從個案學生教師的研究結果，研究者提出一個臆測：假如一位教師有非常不同的教與學經驗，他可能對不同學習階段有不同的信念，或者不同學習能力有不同信念的動態觀點。同時，有動態教學信念的教師與他是否能進行多元優選教學方法的相關性，也值得進一步探究。

關鍵詞：數學教學實習，數學教學知能，動態教學信念

壹、前言與研究目的

一位想要從事教職的學生教師，在師資培育機構所開設的教育實習課程，以及在實習學校所進行的教學實習課程，是學生教師對教育理論進行教學實作的初體驗課程。有學者(王秋絨，1991；Maclean, 1992)將教師的專業發展依身份的不同劃分為師資培育階段、實習導入階段、合格教師發展階段。其中師資培育階段是學生教師學習教育理論的場域，而教育實習和教學實習課程則是學生教師第一次有較長期的機會，將培育階段所學的教育理論應用於教學實務的課程，藉以了解、驗證和修正理論(黃政傑，1988)。因此，它是理想與實際交戰的中途島，是學生教師由學生變為老師的關鍵期(張芬芬，1993)。

研究者發現某師範學院(現在升格為教育大學)數學資訊教育系為了讓該系學生教師有更多的數學教學實務經驗，因此在大四的教育實習課程之外，特地開設了第一屆的數學教學實習課程。本研究的目的想藉此機會觀察一位大四學生教師的學習數學教學，探究她所認知的數學教學知識、展現出來的數學教學知識與教學實作。

教與學信念影響一個老師的實作表現。一些研究(Ernest, 1988; Lerman, 1990; Chin, 1995)證實數學教師的教學實務受到其信念的影響。研究者發現個案學生教師在師資培育課堂中參與討論時，頗有其主見。因此，本研究的目的也想進一步探究個案學生教師的數學教學與學習信念。至於其他教與學相關的信念，例如對數學本質的信念……等等，本文因資料收集時間與充份性等問題，在此不加以探討。

貳、文獻探究

本節旨在探究數學教學相關的文獻，做為研究的基石。

一、數學教學知識與實作

學者(Fennema & Franke, 1992; Koehler & Grouws, 1992; 李源順, 1999; 林碧珍, 2000)指出數學知識，對學生認知的知識，以及教學法知識，是數學教師不可或缺的三個知識領域。Fennema & Franke(1992)對文獻探究數學教師的知識，認為數學教師的數學知識(Knowledge of mathematics)、學習者數學認知的知識(Knowledge of learners' cognitions in mathematics)、教學法知識(Pedagogical knowledge)等三類教學知識，在特定脈絡中動態的交互作用著，進而形成教師的教學知能。教師的信念(Beliefs)則是潛在與教師知識互動著。

Koehler & Grouws(1992)從數學教學的研究歷史的角度進行文獻探究，認為教師和學生在教與學的互動過程中，也就是教學實作的過程中，教師的教學行為和學生的學習行為，無時無刻的在班級教學過程中互動著，此互動過程影響學生的認知和情意的學習成果。

在此互動過程中，教師的行為受到教師的學科內容知識(Knowledge of content)、學生學習知識(Knowledge of student learning)和教學法知識(Knowledge of pedagogy)，教師的態度(Attitudes)，教師對教學和數學的信念(Beliefs about teaching and mathematics)，以及學生的特性(Pupil characteristics)等因素所影響。同時，在班級教學過程中，學生的行為除了受教師的影響之外，也受到學生的特性，以及學生的態度等因素所影響。

綜合學者(Fennema & Franke, 1992; Koehler & Grouws, 1992; 李源順, 1999; 林碧珍, 2000)的見解，數學教育學者似乎一致認為數學教師所要具備的數學教學知識與教學實作的專業素養

包括三類直接影響教師教學行為的教學知識，即數學知識，學生認知知識，以及教學法知識，而這三類的教學知識又和潛在影響教師教學行為的信念和態度相關聯。

依據學者(Fennema & Franke, 1992; Koehler & Grouws, 1992; 李源順, 1999; 林碧珍, 2000)的見解，所謂數學知識是指對數學概念的知識、數學的程序性知識、解題知識，以及概念間連結的知識等。學生認知知識包括學生如何思考和如何學習的知識，特別是指在特定數學內容中這些思考與學習是如何發生，此外還包括學生如何獲得數學內容知識，學生所用的方法，學生的學習困難與迷思概念等。教學法知識包括教學過程中的各種教學方法知識，例如重視概念性知識、量感和連結的營造數學感的教學策略和能進行認知衝突的診斷教學策略(李源順和林福來, 1998, 2000)等有效的教學策略，教室常規，行為管理的技巧和引起動機的技巧等。

歸納上述總結，本研究探究的國小學生教師在學習數學教學過程中，探究的重點著重在學生教師對三類教學知識的學理認知，以及她所展現出來的數學知識、學生認知知識、和教學法知識。在教學法知識方面，我們著重在教學實作方面的探討。

研究者上網搜尋國內有關學生教師學習數學教學的相關文獻，其中鄭英豪(2000)利用詮釋性研究法探究台灣師大數學系四位學生教師教學概念的學習歷程與發展機制，研究結果發現數學教學概念的學習乃是一種社會內化的歷程，他並據此詮釋提出教學概念的學習模式。金鈴和陳松靖(2001)利用問卷調查法、晤談法、及教室觀察法探究台灣師大數學系三位學生教師在大三、大四兩年之中數學教學概念的狀態及其轉變的歷程，研究結果發現具補習班教學經驗的小凱，他的模擬教學和試教活動大半是補習班教學的翻版，採用「教師概念解說—教師精選範例演示—學生反覆練習」的教學步驟。小宗雖然有意圖以生活實例或操作活動啟動教學並透過師生對話激發學生的思考，但是這樣的觀念並未在課堂的教學中實踐，他的模擬教學和試教活動的步驟乃依據「教師概念解說—教師課本例題演示—學生上台演練」的模式。原先認為「老師教得多，學生才會收穫多」、且堅持數學知識應完整教授的小龍，由於修讀研究所高等數學課程的受挫經驗，而察覺到學生學習動機的重要，其教學概念呈現由知識傳遞者轉向知識引動者的跡象。也就是學生教師的教學概念狀態和九年一貫課程對數學教師和教學活動的期待有很大的落差。姚如芬、郭重吉和柳賢(2001)的研究主要在大四的選修課程「數學教學研究」中，為學生教師營造一個符合建構主義理念的學習情境，讓學生教師透過數學教學研究的實作歷程，引發其數學的教與學的深層思考，進而提昇其解決數學教學問題的能力。張英傑(2002)利用紙筆測驗、半結構之訪談探究師範學院全體417位大四學生教師的乘法結構知識及其教學知識。結果發現學生教師尚未準備好如何教數學，他們缺乏診斷教學和補救教學知識，也不能利用各種合適的教學方式；他們既沒有意願去證明解題所需之公式，甚至使用不正確的數學知識。黃一峰(2004)利用質性研究、參與觀察、晤談與文件分析探究師院自然科學教育系三年級某班全體學生學習數學教學的歷程及其影響，並瞭解學生教師於駐校實習期間的教學表現。結果發現個案學生教師的數學教學方式深受其學習歷程的影響，且其教學方式符合建構主義者的教學理念，亦即在其教學過程中，會鼓勵學生用自己的方法來解題，並且幫助學生和別人溝通自己的解題方法，嘗試讓學生透過小組討論的方式合作解題，協助學生發展小組學習的機制，促進學生產生數學對話。

在這些研究中鄭英豪(2000)、金鈴和陳松靖(2001)，以及姚如芬、郭重吉和柳賢(2001)研

究的對象在師資培育機構中是修讀中等教育學程，因此與本研究所要探究的小學學程的數學教學有出入。張英傑(2002)是針對小學學程學生教師的乘法結構知識及其教學知識進行量化研究，而本研究則是要質性的探究數學教學知識與教學實作的影響。黃一峰(2004)這個研究跟本研究較為相似，但是他是探究自然學系的學生的教育實習課程學習的歷程，本研究則要探究數學教育資訊學系學生教師的教學相關知識與實作表現。

二、數學教學信念

學者(例如, Fennema & Franke, 1992; Koehler & Grouws, 1992; Ernest, 1988; Grant, 1984; Kesler, 1985; Lerman, 1990; McGalliard, 1983; Shaw, 1989; Thompson, 1984)認為除了數學教師的教學知識會影響教師的教學之外，數學教師的信念也是影響數學教師教學的重要因素，因此致力於信念對教師教學影響的研究。

在有關教師數學教學信念的研究(Lerman, 1983; Thompson, 1984)中，一般都認為教師的數學教學受到其數學信念、數學教學信念、數學學習信念的影響甚深，同時教師的教學行為及活動隨著教師持有的數學教學信念的不同而會有所差異。Raymond(1995)將教師的數學教學信念概分成五類：1.傳統觀：教師的角色是講解傳授知識、教師獨立教導教學主題；2.傾向傳統觀：主要由課本教學，僅提供有限的問題解決的機會；3.介於傳統觀與非傳統觀：對於記憶與了解一樣重視，兼具小組合作與個別作業；4.傾向非傳統觀：問題解決活動是課堂活動的重點，有限的使用課本；5.非傳統觀：引導並提出挑戰性問題，都是小組合作學習，不照課本上課。由上述可知，有些教師相信教學必須遵守教科書及課程內容，認為透過模仿和講述的過程就能讓學生學好數學，他們的信念偏向傳統觀。有些教師則相信教學應鼓勵學生去思考「做了什麼？」、「為什麼這樣做？」，讓學生自己組織所做的、所想的。以建構觀來進行教學活動，強調學生的解題方法和自主行為，則是偏向非傳統觀的信念。

Chin(1995)對國內數學教師的信念、他們的班級教學以及對學生的影響進行研究的同時，也對信念相關文獻進行詳細的回顧整理。Chin(1995, p.28)總結文獻，依據四個層面，將數學教師的信念二分如下：(1).關於數學本質的信念：絕對主義觀(Absolutist views)與可反駁主義觀(Fallibilist views)。(2).關於數學課程的信念：邏輯觀(Logical views)與心理學觀(Psychological views)。(3).關於數學教學的信念：傳授觀(Transmission views)與發展觀(Development views)。(4).關於數學學習的信念：接受觀(Reception views)與建構觀(Construction views)。

目前國內數學教師信念分佈如何呢？Chin(1995)對172位中、小學任教十年以上，信念已穩定的數學教師，所做的問卷調查，經統計上的因子分析發現，教師的信念在分佈圖上並非集中在某處，而是散佈在分佈圖的各個限象上。Chin(1995)所得到的主要分佈圖如下：數學看成是推理性知識(Methodicality)與假說性知識(Hypotheticality)所形成的信念平面圖，把數學看成是社會建構的社會性知識(Sociality)與不從社會建構層面看的邏輯性知識(Logicality)的信念平面圖，或者把數學教學看成是權威教學(Authoritative teaching)與建構學習(Constructive learning)的信念平面圖。亦即數學教師的信念是處在一種多元的狀況下。

依據本研究的目的，研究者上網搜尋國內關於在學期間學生教師與數學教學相關的文獻，發現金鈴和林福來(1998)利用兩階段式的問卷調查及選取具代表性的樣本晤談法，兼顧定量與定性的詮釋分析，探究臺灣師大二年級學生在學習教學之初的教學觀念及其教學觀的緣

起。莊威冠(1997)利用「國小職前實習教師教學信念量表」，與Kelly方格之半結構性訪談，來探究臺南師範學院和屏東師範學院之大四、師資班、研究所三種培育背景的83名實習教師的教學信念現況與內涵。結果發現在「教學方法」層面，實習教師的教學信念有兩大內涵：重視教具的功用，以及討論等教學法的成效。在「教學內容」層面，實習教師的教學信念內涵有四：重視既定的課程、生活經驗、附屬學習、以及考試取向。

由於國內文獻中少有針對大四學生教師的國小數學教學與學習信念的研究，所以本研究也試圖探究學生教師的教學與學習信念，至於學生教師對數學的信念，由於人力與物力的限制，在此不去探討。

有關學生教師的教學與學習的信念，我們依據Chin(1995)的定義來探討。Chin(1995)所定義的教學信念核心問題是：數學應該如何教？(How should mathematics be taught?)而學習信念的核心問題是：學生應該用什麼方法和如何學習數學？(How and in what way should students learn mathematics? Chin, 1995, p25, p26)。

參、研究方法與過程

本研究採用個案研究法，探究一位學生教師在大四學習數學教學期間，數學教學知識、實作表現，以及教學信念。基於研究者的便利性與可行性，採取便利取樣(convenience sampling)，邀請一位願意接受研究的大學四年級學生教師為研究對象。

個案學生教師(以下簡稱ST)目前就讀於某師範學院數學資訊教育學系數學組四年級。她是一名公費生，時常利用課餘的時間到其他大學旁聽課程，到圖書館閱讀一些與教育相關的書籍。同時她也擔任小學生的家庭教師，一方面賺點零用錢，另一方面吸取教學經驗(20041227訪談)。在個性上，從課堂上或是平時的聊天話語中，可以發現她雖然不會主動發表自己的意見，但言談之中不難發現ST是一位主觀性比較強的人。

ST在大學四年來修讀的數學教學相關的課程包括：數學教學實習、教育實習、數學教育專題研究、國民小學數學教材教法、兒童數學概念發展、數學課程研究、數學教育概論等課程。

本研究的場域為大四上學期的數學教學實習和大四一學年的教育實習課程。數學教學實習課程主要提供學生教師進行國小數學的教學觀摩、課堂演示和教學實作與教學評論的機會。教育實習課程則供學生教師進行所有學科的教學觀摩、課堂演示和教學實作與教學評論。其中上學期主要在進行教學觀摩和教學演示，下學期則有三周的時間完全進入國小班級進行教學實作。在大四上學期，師資培育教師為了讓數學組學生有更多學習領域的教學實作經驗，特別要求ST所屬的數學組學生盡量利用數學教學實習的課程進行數學學習領域的教學演示與教學實習，在教育實習進行其他學習領域的教學演示。下學期則所有學科均需兼顧。

在修讀課程中，師資培育教師也希望學生教師上網看一些老師的教學案例(<http://www.MTedu.tmue.edu.tw>)及進行數學教學相關問題的討論，讓學生教師可以藉著在網路社群上的互動，激發一些不同的觀點，以達最佳的學習效果。在這方面，ST說，因為網站上的設定問題，若20分鐘沒有動作就會自動離線，同時她在看教學案例之後的心得需要一點時間思考，因此她的做法是看完以後，先在自己的電腦上鍵入教學內容的重點與心得。在一段

時間之後，再全部一起將心得發表到網站上。

本研究所收集資料的時程主要在ST就讀大學四年級期間(2004年10月至2005年3月)，少部份資料，因為需要對其信念進行確認，所以在大約十個月後再度進行訪談。學者(Brown & Borko, 1992; Cooney & Shealy, 1994; Boufi, 1994; Even, Tirosh & Markovits, 1996)的見解認為教師專業教學知識的養成是一個緩慢的過程，它不是短暫幾年的職前師資培育階段所能培育完成，因此我們在此不去深入分析ST經過一年的學習之後的專業成長，而著重在描述其教學相關知能與信念。

至於所收集的資料包括觀察ST課堂表現的札記，ST的教學觀摩心得與評論，ST的教學實作，ST的教案，ST與網路社群的互動（教學案例評論），以及研究者與ST的訪談資料。其中ST的教學觀摩心得與評論、教學實作、教案、與網路社群的互動，我們儘可能全數收集；若有無法錄音或錄影之處則改以觀察札記記錄之。至於研究者與ST的訪談資料則約一個月一次。

本研究的信度和效度是採三角校正法。研究者將教學演示和教學實習的錄影資料、訪談的錄音資料均轉成書面資料，再請學者進行檢核，以檢核資料之信度。之後再從上述多種資料中比對ST的教學言行，檢核是否一致。

資料編碼方式為六個數字的日期碼，加上中文字的資料來源。例如，20041227訪談，代表2004年12月27日由研究者與ST的訪談資料。20050103教學案例評論，代表2005年1月3日ST在網路社群上對教學例所做的評論。

在資料的呈現上有兩種不同的取向。第一種是將被研究者的資料儘可能照實呈現，並輔以研究者約略的解說。這種方法，可以讓讀者從資料的脈絡中感受被研究者的狀態。另一種是將被研究者的資料重點式的呈現，並輔以研究者詳盡的解說與論證。這種方法，可以讓讀者簡潔、有力的從文中了解被研究者的狀態。兩種取向各有不同，本研究採第一種取向，希望讀者從能原始資料的脈絡中感受被研究者的狀態。在此資料呈現的同時，為了讓讀者能快速的了解被研究者的狀態，因此在原案資料中輔以底線，以強調資料的重點。

在研究過程中，第一研究者在兩個課程中扮演師資培育者的角色，第二研究者則扮演教學的觀察者和資料收集者的角色。第一研究者在上課期間已和學生教師言明，兩門課程主要是希望他們在教學實作過程中檢核他們以前所學的理论知識，因此兩個課程不特別進行教育理論的教學，只有在教學實作的評論過程中，運用理論評論他們的教學實作。至於第二研究者則不介入ST的學習教學。

肆、研究結果

本研究從ST對三類數學教學相關理論的認知，以及她所展現出來的數學內容知識、學生認知知識、強調教學實作的教學法和教與學的信念等方面加以分析：

甲、 數學教學相關理論的認知

資料分析發現，ST表示皮亞傑的認知發展理論「對我來說感覺比較不實用」，她認為理論是死的，要去接觸學習才有用。她說：

那些理論阿！感覺對我來講比較不實用，我覺得可能跟每個人的個性有關吧！我的學習方式是我要去接觸然後從裡面學習，或是從一些書裡面學習，或是從報紙裡面學習，而不是從別人的理論。因

為理論是死的，而且有很多理論，像那個皮亞傑理論，他那個只是針對於他自己的小孩，所做的實驗研究，我覺得那並不能變為一個通俗的狀況。(20041227訪談)

但是我們檢驗她對數學知識和數學能力的區分，教學方法中對認知衝突的學理，似乎都能呈現出她自己的看法而不是強行記憶。例如，

我會比較偏向是思考的能力，因為我覺得老師說我們應不應該教他們培養算數的能力或是什麼的能力，老師上次是這樣講的。但是我會比較偏向看到，我為什麼說我喜歡東看一點，西看一點，因為我覺得那是知識…我覺得知識跟能力它不會有先後關係，…讓小朋友知道我要怎樣去思考一個問題，怎樣去思考一個問題老師會覺得這是一種能力，但是我會覺得不是一種能力，要怎樣解題這是一種過程，你要怎麼去思考，這個思考才是問題的所在…我覺得我的能力跟知識跟老師的定義不一樣。(20041227訪談)

認知衝突我覺得是本來他應該，就是你問他一個問題，然後他告訴你答案，但是他的答案你知道他是不對的，那你要怎麼讓他發覺到他自己錯了，例如說：假設甲是十朵紅花，乙是十個花瓶，丙是十個蘭花，我們要說甲和乙是不是一樣多，…如果沒有讓他一對一的對，是放在兩個大小口徑不同花瓶，那大口徑的花瓶感覺花就比較分散，那小朋友可能會覺得說比較分散看起來比較多，那你可能要先直接問他們哪個比較多，小朋友可能覺得大口徑花瓶比較多，那就直接問他說為什麼覺得他比較多，小朋友可能就會真的去數，數一數之後就會覺得不對阿，那就會告訴你其實兩個是一樣多的。那我就會覺得說當他回答答案不對的時候，你可以問他一個問題讓他重新的方式去想這個問題的時候，他可能就會產生認知衝突(20041103訪談)。

正因為ST不強行記憶教育理論，因此有些學理，例如保留概念，她的體會與解說就沒有很貼切。

我覺得保留概念有很多種，譬如說空間保留概念，譬如說手上面有五個東西你把他從右手移到左手，那你問他左手有幾個東西，如果你不給他看的話，小朋友能不能知道有五個東西，像這就是其中的一種保留概念。(20041103訪談)

ST是用自己的經驗理解教學理論，因此我們特別探究她對教學案例的評論、訪談資料都發現她能強調利用圖形表徵讓學生理解題意，之後再連結算式。強調對程度好的學生可以直接寫算式的多元教學概念。

我覺得像這種問題(“超市裡三包小奶滋賣69元，四包小蛋捲賣96元，哪一種比較便宜?”)，我會比較想要用圖示來教小朋友，畫三個圓圈，然後全部圈起來總共是69元，畫四個方形，全部圈起來是96元，問它們一個差多少錢？前面一題也可以這麼做吧！因為小朋友的實務經驗好像不夠，所以對他們來說，這種題目的理解才会有問題，所以其實可以先圖解，再寫算式。當然不是一直都用圖示，對於程度比較好的小朋友，可以直接寫算式。老師在上課的時候，也是可以先用圖示，再代入算式，我覺得這樣會比較好。(20050103教學案例評論)

乙、 數學知識

本研究曾檢驗ST對分數概念的數學知識，發現她能掌握住平分、單位量、連續量和離散量的概念性知識。

分數一定會先從切割東西開始，因為我覺得對小朋友來說，切割東西是蠻常見的一種過程，因為其實像媽媽買一個蛋糕回來，買一個pizza回來，一定會先切，不可能一個人吃一個，當然不是切等分。分數就是先告訴他們什麼是等分，先建立分的概念，等分的概念之後，再來建立譬如二分之一、

三分之一、四分之一。然後在二分之一裡面有幾個，就可能要建立單位量，二分之一是一個裡面平分切兩塊當中的其中一塊。我們就是建立單位量跟二分之一概念之後，我們才能假分數、帶分數阿，就是超過一個的嘛！超過一個之後再來我們就是建立警如有10個蘋果當中的1個，就是整體跟部分的關係，就是整體跟部分我們拉大。我覺得小朋友分數的概念一定先從一個蛋糕，再來才是離散量的一包糖果(20041227訪談)。

ST對於整數除法的概念性解釋有她自己的見解。她認為整數除法是從包含除的概念而來，所以12個平分成4堆的等分除解釋方式要連結加法和乘法的解釋方式。

用加法的時候，因為是分4堆，在概念來說是一堆先分一個，所以分完一輪就是4個，所以應該是 $4+4+4=12$ 吧！...

乘法來說，應該要讓小朋友說出，分一輪是4個，然後分3次， $4*3=12$ 個，然後那個分了3輪，所以總共來說每一堆是分了3個。

除法而言，因為答案是3，所以應該是12除以4。12的單位是”個”，可是4的單位是”堆”，這樣可以除嗎？應該是說12個，去除以4堆，每分一輪就是4個，12個除以4個，所以是3輪，所以每堆有3個。(20050103教學案例評論)

ST的解釋方式和師資培育的教學不同。師資培育者認為加法是要分4堆，一輪分4個，所以 $4+4+4=12$ (和ST相同)。乘法運算是直接用一堆分幾個，分4堆全部是12個，即() $\times 4=12$ 解釋，不和加法連結。除法則直接定義12個平分成4堆為 $12\div 4$ ，沒有像ST那樣進行轉換。

丙、 學生認知知識

由於ST對等分除的概念性解釋需要進行轉譯，所以她認為對於初學除法概念的學生，「在具體操作上等分除比較簡單，包含除比較難。但在算式的理解上包含除比較簡單，等分除比較難(20050103教學案例評論)」。

為此，研究者進一步訪談ST，發現她對等分除與包含除的概念理解與學理上的定義相同，也就是多個個物平分給幾人或幾堆為等分除；多個個物中，每幾個個物分給一人或一堆為包含除。同時，她認為「在操作上，學生有12個平分4堆的經驗，所以比較簡單；但學生每4個分一堆，不知道要怎麼分。」「在課程上算式的引入是從12個糖果，每4個分一堆(20060120訪談)」。所以學童在學習等分除的算式理解上需要經過多次的轉譯，對學童較難理解。

研究者的實務經驗發現，有些學者認為整數除法是等分除的概念，同時具體操作上包含除學生比較容易操作。但有些學者也發現，學生在學習上恰好與學者的認知相反。因此，ST的解釋是否能正確詮釋國小學童的經驗，值得日後進一步探究。

丁、 教學實作

從上面對ST的數學知識和學生認知知識的分析，發現ST的學習大部份符合教育理念，但是她的教學方法卻偏向傳授觀的引導教學方法、節奏速度快、且要求有唯一答案。

i. 偏向傳授觀的教學法

1. 偏向引導教學且教學節奏快速

研究發現，ST在低年級的教學節奏都非常快，例如2005.03.02對一年級的加法問題，在一節課中教了十個文字題，還有時間進行讓同學抽加法心算卡練習加法心算的遊戲。此外

2005.03.11的一年級長度教學偏向引導的教學方法。研究者曾經詢問同組的同學，同組的同學也說她們感覺ST的教學節奏太快且偏向直接引導的方式(教學札記)。

ST：第一個括號“用你桌上…”唸一次，預備起~~

S：用你桌上不同的東西量一量你的書桌差不多和什麼一樣長？

ST：好，現在這一題的題目是要你們量一量你的書桌和什麼東西一樣長？老師現在要告訴你怎麼量。要專心聽，不然等一下就不會量。現在他說第一個桌子的長是哪裡阿！

S：(小朋友比前面的那一邊)

ST：是你們前面的那一邊，你們是不是在這裡，你們坐的位置，然後長是這一段，現在拿出你們的小手比出桌子的長給老師看。

S：(小朋友比出長度)

ST：放前面的那一條，不要放遠的(老師下臺糾正)，我們剛剛說量要從哪裡開始量

S：角

ST：從角，所以就是你們現在左手摸的那個角，從左手摸的那個角開始量，老師要你們量的時候，譬如說剛剛說課本的長在哪裡？

S：書背

ST：在書背對不對，所以我們就要把書背對齊剛剛那個角，對齊不可以超過來，超過來就不對了，要對齊，等一下再開始動作，老師沒說動作之前不可以有動作，其他的東西先收到抽屜裡面去，書背的角對齊桌子的角，然後第二個呢？在接下去，不可以歪掉，為什麼？桌子的長是直的還是歪的

S：直的

ST：所以不可以擺歪的要接下去，那可不可以重疊(20050311一年級教學實作)

2. 偏向有唯一解的教學方法

ST對一年級學生的長度教學已經帶入四捨五入的概念。這個概念在20050314和20050318的教學都可以見得到。本研究分析教師手冊，發現一年級的學生並沒有進行四捨五入的概念性教學，可以ST卻將它帶入。

ST：好，再來第三個問題是，如果老師一枝鉛筆，已經量到這裡了(最後不夠一枝的位置)，然後這是第四枝鉛筆，那我們的答案是寫第四枝鉛筆多一點點，還是五枝鉛筆少一些些呢？

S：都可以

ST：有小朋友說都可以，那我們現在只要一個答案時，我們要說四還是五呢？

S：四

ST：四，有小朋友說四，為什麼？有沒有小朋友可以告訴我為什麼？為什麼我要說四，XX告訴我為什麼？

S：(一位小朋友說)五再來一個就超過了

ST：五再來一個就超過了，超過，好，為什麼有一個是少呢？我都沒有剛剛好，我一個是少，一個是多，為什麼這一題我們要選少的那一個呢？XX你告訴老師。

S：(一位小朋友說)因為他超過了

...

ST：好，老師現在給你解釋，因為如果是四的話，我們少的是不是只有這邊(不足不到一半)

S：對

ST：如果五呢(超過一半以上)？這邊大(五超過的)還是這邊大(四不足的)，上面(四不足的)大還是下面(五超過的)大

S：下面大

ST：好，下一次我們在量的時候，就要仔細看，我們是少的比較多，還是多的比較多，什麼較少的比較多？什麼較多的比較多？就是他到我們的距離的這一段。如果比較小的話我們就選他，這

ii. 重視有數學感的教學

雖然ST的教學方法偏向講述、引導的方式，但是在教學過程中，ST也強調概念性知識、學習需求、和連結等有數學感的教學。

1. 重視概念性知識

ST在教學實作中，能注意到數學概念性知識的教學。例如，面積公式的概念性教學就是要讓學生了解正方形面積是由幾個一平方公尺累積起來，而非直接背誦公式。

S：南一國小的圖書室有一處邊長10公尺的正方形閱讀區，這個閱讀區的面積是多少平方公尺？

ST：好，老師請一位小朋友上來算給大家看…25號，來算給大家看

S：(25號上台寫了【 $10 \times 10 = 100$ 】)

ST：是100平方公尺對不對？那你怎麼知道 $10 \times 10 = 100$ ？

S：@@##%(太小聲聽不到)

ST：他說是長乘以寬，他各是10公尺，所以算出來是100對不對，哪一平方公尺等於，12號叫過了，那13號

S： $10 \times 10 = 100$ 平方公尺

ST：老師問的是一平方公尺怎麼來，一平方公尺代表？

S：一邊都是10公尺

ST：一平方公尺

S：公尺乘以公尺就等於平方公尺

ST：對阿，那一平方公尺就是邊長多少的正方形的面積

S：(無說話)

ST：邊長一公尺對不對？

S：對

ST：邊長一公尺的正方形面積叫做一平方公尺，那100平方公尺，就是長10個1平方公尺乘以寬10個1平方公尺所以就是

S：100平方公尺

ST：總共有100個1平方公尺，所以是100平方公尺，好那我們現在定義，(在黑板寫上： $1 \text{公畝} = 100 \text{平方公尺}$)，那2公畝等於多少平方公尺？(20041227六年級教學實作)

2. 利用反例突顯正例

ST也注意到利用反例來突顯正例的重要概念。例如，對二年級學生的教學，ST故意利用不等分的問題突顯等分的重要概念。

ST：請每一組的組長到前面來，老師給每一組組長的袋子裡有三個pizza，一個是老師還沒有分過的pizza，第二個和第三個是老師分過的pizza，那現在請小朋友討論看看，哪一個pizza才是有平分的pizza，哪一個pizza是沒有平分的pizza?...

ST：哪一個是一樣大的

S：2號~~~~

ST：誰可以跟老師說他為什麼會一樣大

S：因為(好多人都在說話~~~)###@@@!!!

S：因為他們兩個對摺後是一樣大

ST：這是一個圓一個小pizza對摺後，然後切開後兩片可以重合，合起來是一樣的對不對，所以是

一樣大對不對

...

ST：那像這個呢？

S：(一個小朋友說)這個沒有平分

ST：【老師在黑板上寫：沒有平分】(20041208二年級教學實作)

3. 強調概念間的關係

ST對於概念間關係，在教學的過程中能適時的提出。例如，測量同一物件，愈長的個別單位所測量出來的數值愈小。

ST：我們上一次是不是讓大家量桌子？

S：對

ST：然後桌子老師上一次是讓大家量那一邊阿！你們前面那一邊對不對？桌子總共有幾邊？

S：4邊

ST：4邊都是長，只是老師為了方便讓你們量前面那一邊，結果老師讓大家用手掌量的時候，有一些人量七個手掌，有些人量八個手掌，有沒有小朋友可以告訴老師為什麼？XX同學

S：因為每個人手掌大小不一樣

ST：因為每個人手掌大小不一樣，那手掌小的人量出來的數目會比較

S：多~~~


ST：比較多，那手掌大的人，量出來的數目會比較

S：少~~~

ST：比較少，(20050314二年級教學實作)

4. 重視表徵的連結

ST在教學時，面對低年級的學生也時常在具體操作和符號表徵間進行連結。例如，分數概念的學習。

ST：那現在老師有一個不一樣的東西，這個是什麼  (具體操作)

S：正方形

ST：對阿！這是一個正方形對不對？這個正方形被老師怎樣了

S：切一半

ST：對阿！切一半，那這個部分(有顏色的部分)是全部的多少？

S：二分之一

ST：所以塗顏色的部分，是一個正方形的二分之一對不對？(老師在黑板上寫塗色的部分是正方形

的 $\frac{1}{2}$)

ST：現在老師有不同樣的正方形 ，這個一樣是正方形對不對(具體操作)

S：四分之一

ST：為什麼他是四分之一阿

S：因為切四塊

ST：你們怎麼知道老師切的這四塊有一樣大

S：因為

ST：老師請一個小朋友來說，為什麼你知道老師把這個正方形切成四塊一樣大

S：把他摺起來

ST：來你上來折給大家看

S：(小朋友依對角線對折再對折)

ST：摺起來他是不是一樣大，好，謝謝，所以這其中的一塊就是四塊中的一塊，是不是老師把這個正方形平分成四等份，其中一塊老師要就他正方形中的多少？

S：四分之一(20041208二年級教學實作)

5. 重視量感的培養

ST也注意到量感的培養。例如，對於面積的量感，他就讓學生實際圍出一個100平方公尺的正方形讓學生感受有多大。

ST：再來老師要問你們一個問題，100平方公尺有多大啊？

S：學校那麼大

ST：有學校那麼大嗎？

S：有

ST：1公尺有多大？手張開就是1公尺，對不對

S：對

ST：那10公尺有多大？

S：10個人手張開那麼大

ST：那要不要請10個人出來看看

S：~~~好~~~

ST：那1號到10號，手和手拉起來，是不是比教室還要大，是不是已經拉到教室外面去了

S：對

ST：那這個長度就是叫做10公尺，記起來了沒。好，那同學請回來。所以是不是比教室還要大，那100平方公尺有多大，請XX同學回答

S：100平方公尺喔！

ST：對，你要怎麼跟人家說100平方公尺有多大，恩~~我們叫過幾號阿，5號有沒有叫過阿？

S：沒有

ST：那就5號，我們要怎麼跟人家說100平方公尺有多大，他不會ㄟ，我們剛剛是不是拉過十個人

S：100個人拉開

ST：100個人手拉開是100平方公尺嗎？

S：圍一圈

ST：圍一圈是嗎？我們剛剛100平方公尺怎麼來的。

S：...

ST：有沒有人要發言

S：<一個小朋友舉手說>40個人圍成一個正方形

ST：你要不要上來圍給大家看，40個人圍成一個正方形，怎麼圍

S：<一個小朋友上台畫>(畫了一個四邊10人的正方形)

ST：不管他邊長有幾個人，是不是邊長都要有10公尺，對不對？

S：對

ST：所以是不是剛剛拉的長度，圍成一個正方形，就是100平方公尺，對嗎？對還是不對，我看到有人搖頭，所以就是大概一個邊10個人，手拉手圍成10公尺，圍出來的正方形就是100平方公尺，對嗎？(20041227六年級教學實作)

6. 重視單位名稱的學習需求

ST也注意到單位名稱定義的學習需求。例如，我們為什麼要定義公頃和公畝的問題。為什麼我們要用尺量，而不用小白積木來量物體的長度。

ST：我們定義1公頃=10000平方公尺，對不對？那老師現在問你們一個問題喔？為什麼要有公頃跟公畝這兩個單位，21號，為什麼要有公頃跟公畝這兩個單位

S：為了方便算面積

ST：為了方便算面積，好謝謝，是當我們面積比較大的時候，公畝和公頃是不是會讓我們比較方便算面積。（20041227六年級教學實作）

ST：好，那為什麼我們要用尺，老師現在的問題是我們為什麼要用尺（不用白色積木）？x x

S：因為這樣才量的準

ST：因為這樣才量的準，還有呢？x x

S：量的清清楚楚

ST：量的清清楚楚，還有呢？

...

S：（一位小朋友回答）因為尺有刻度

ST：因為尺有刻度

S：（一位小朋友回答）因為要考試沒有尺就沒辦法量

ST：因為要考試沒有尺就沒辦法量，還有呢？

S：（一位小朋友回答）因為尺上有做標誌可以看的出來

ST：因為尺上有做標誌可以看的出來，好現在老師的問題，是我們為什麼要用尺？為什麼不用白色小積木呢？

S：（一位小朋友回答）因為用白色小積木會量的很慢

ST：因為用白色小積木會量的很慢，那如果我們要量一片葉子，他有10個白色小積木，是不是要先數10個白色小積木，把他排好之後，才知道他等於10大格。那如果是尺，我們就直接放上去就知道是10大格，這樣是不是比較快，而且也比較準阿！你們上次在量白色小積木，是不是有些人量了26個、27個、28個，因為在排的時候常常會沒有排好，所以會不準阿！因為白色小積木不知道有幾公分？現在來看看白色小積木到底有幾公分？我們剛剛不是說如果白色小積木一個，等於尺上的一大格。然後我們現在說尺上面的一大格叫做什麼？

S：1公分

ST：1公分，好，現在尺上面的一大格，唸一次，預備起~~

S：尺上的一大格是一厘米長。

ST：一厘米長，然後我們說一厘米長就是一公分。（20050316二年級教學實作）

7. 連結日常用語與數學概念的教學

對於分數概念的教學，我們實務經驗發現有許多的老師，甚至數學科輔導團的團員跟研究者表示一個蛋糕的 $\frac{1}{4}$ 的概念非常抽象，不適合中、低年級的學生學習，因此不願意跟學生介紹此一概念。但是我們在教學現場發現ST利用生活用語 -- 一個pizza的一半，很自然的帶出一個數學概念 -- pizza的 $\frac{1}{2}$ 的概念。

ST：現在老師問你，當我們平分的時候是不是有兩塊，那其中一快叫做什麼

S：二分之一

ST：為什麼一定要叫他二分之一阿
 S：因為兩半
 ST：那兩半有一樣大嗎？
 S：有
 ST：所以二分之一裡面的二要一樣大，那有小朋友知道嗎？
 S：現在才懂
 ST：現在才懂，所以只能說這個叫二分之一對不對？
 S：對
 ST：那老師可不可以叫他說是半個pizza？
 S：可以
 ST：那老師可不可以說他是二分之一個pizza
 S：可以
 ST：那為什麼老師一定要叫他是二分之一個pizza
 S：因為他是一半
 ST：因為他是一個pizza平均分成兩塊中的一塊，所以我們才會叫他是二分之一個pizza，所以二分之一個pizza，是一個pizza的
 S：一半
 ST：可以說他是一個pizza的一半，那一半等於多少
 S：二分之一
 ST：所以我們可以說他是一個pizza的 $\frac{1}{2}$
 S：可以
 ...
 ST：所以四分之一個pizza是一個pizza的 $\frac{1}{4}$ 。(20041208二年級教學實作)

8. 能處理學生的迷思概念

ST在教學過程中，有時會對學生的錯誤回答採取忽視的態度，有時候則會利用示範錯誤的方式或者從學生會的地方開始製造學生的認知衝突。

甲、 示範錯誤

ST面對學生的錯誤，有時會用故意犯錯的方式讓學生了解錯誤之所在。例如，長度的測量。

ST：上一次阿，老師讓大家都用鉛筆量的時候，有小朋友是這樣量的，老師上一次說鉛筆的長在哪裡？是不是這樣子(橫放)，可是上一次有小朋友這樣子量的(直放)，你們看等一下，他總共有兩個地方有問題，老師看哪個小朋友最厲害可以告訴老師，為什麼他有兩個地方有問題，他這樣量(鉛筆接手指頭)，然後他食指拿出來這樣子。(鉛筆接食指接鉛筆...)

...

S：(一位小朋友說)超過線

ST：不是，他不是超過線

S：(一位小朋友說)因為他有手指頭擋住算不準

ST：對，因為他有手指頭擋住所以算不準，因為他的鉛筆有這麼寬，可是他的手指也這麼寬，這樣他算的準嗎？算不準，好你們看一下，他鉛筆擺這樣子的時候，鉛筆是不是在這裡，可是他的手指頭也擺上來，他的鉛筆和手指頭一樣寬的時候，這樣算的準嗎？他算了三十幾隻鉛筆，可以他是不是還有三十幾個手指頭阿！

S：對

ST：那這樣對嗎？

S：不對

ST：不對，好，那第二個有問題的地方在哪裡呢？

S：(一位小朋友說)量要用長的地方(用鉛筆來表示橫量不是長量)

ST：對，因為我們是不是說，鉛筆的長是哪裡，是這樣子對不對(橫放)，不是這樣子(直放)，所以我們量鉛筆的長的時候是要這樣子(橫放)，那小朋友都清楚了嗎？

S：清楚了(20050318二年級教學實作；20050316二年級教學實作也有類似的處理)

乙、處理學生的迷思概念

研究發現，ST面對學生的迷思概念，有時候沒有去處理學生犯錯的原因，但有時候也會適時的處理學生的迷思概念，讓學生了解正確的概念。

ST：我們先看一下，這一枝放大非常多的尺，什麼叫做尺上的一大格？有沒有人要告訴老師，什麼叫做尺上的一大格？ X X

S：0到1

ST：好，X X說：0到1這樣叫一大格，那1到2呢？

S：一大格

ST：也是一大格，2到3呢？

S：一大格

ST：那如果1到3總共有幾大格？

S：3大格

ST：1到3有幾大格？

S：3大格

ST：1到2有幾大格？

S：1大格

ST：1到2有1大格，0到1有1大格，那1到2有

S：1大格。1大格

ST：再一次喔！0到1有幾大格？

S：1大格

ST：1到2有幾大格？

S：1大格

ST：0到2有幾大格？

S：2大格

ST：那0到3有？

S：4大格

ST：0到3有4大格？

S：3大格

ST：那1到3呢？

S：2大格

…(再一次用類似的方法處理1到3是2大格的問題)

ST：2大格，好，現在知道1大格怎麼算了對不對？好現在拿出你們的尺來算算(20050316二年級教學實作)

ST：如果我們不是從0開始呢？現在我們從2開始，如果我們從2開始這枝鉛筆有幾公分阿

S：12

ST：這枝鉛筆較變12公分了嗎？
S：他沒有對齊0他對齊2
ST：有問題的舉手
S：(一位小朋友說)他沒有對齊0他對齊2
ST：所以這枝鉛筆應該還是幾公分
S：10公分
ST：10公分還是11公分還是12公分
S：10公分
ST：鉛筆是不是沒有變長，我們來算算看，從2到3是一大格，是一公分我們現在來看看
S：1公分、2公分、3公分、4公分、5公分、6公分、7公分、8公分、9公分、10公分、
ST：我們頭尾畫起來，頭要畫起來，尾要畫起來，我們剛剛算了幾公分阿
S：10公分
ST：10公分好，你們覺得我們從0開始算比較簡單，還是從2開始比較簡單
S：0
ST：從0開始比較簡單，為什麼？
S：(一位小朋友說)因為如果對0的話可以直接看數字
ST：因為我們如果對0的話，我們的公分數可不可以直接看數字啊！可不可以？
S：可以
ST：覺得可以的請舉手，
S：(小朋友舉手)
ST：覺得從0對齊不可以直接看公分數的請舉手
S：(小朋友舉手)
ST：X X，為什麼不可以直接看？
S：(太小聲聽不到)
ST：我們剛剛從0的時候，我們算10公分對不對？
S：對
ST：然後我們的尾巴是到幾阿？
S：10
ST：到10，對不對，所以他是10公分的話，我們就是從0的話就是到10，可是我們從2開始就變成12了阿！所以覺得哪一種方法比較好，第一種方法是從0對齊，第二種方法是不知道從哪裡對齊，然後我們自己用算的，覺得第一種方法比較好的請舉手。
S：(小朋友舉手)
ST：覺得第二種我不管在哪裡，我就是要用算的
S：(小朋友舉手)
ST：所以大部分的人都是認為從0對齊的方式比較好
S：對(20050318二年級教學實作)

戊、教學信念

在訪談的過程中，研究者發現ST時常提及她不同學習階段的經驗。特別的事，她在小學五年級的時候，數學開始受到挫折，所以開始補習。這時候她認為小學生就是要告訴他們一些概念或是如何解題的技巧，讓學生自己去模仿學習。到了高中，她發現自己可以不用背公式，可以用畫圖推理的過程解答數學，所以她認為思考是會隨著年齡慢慢增長的，高中生比較有辦法去思考。等到她上了大學，就讀數學組，因為要讀的數學很多，所以她還是要去記憶數學。

我覺得依我在國小學數學的經驗，我會覺得說小學生的思考，可能沒變法像我們成人一樣嘛！就是他們可能沒辦法思考，可是反而是那種重複性的動作他們會模仿，所以其實我覺得要要求全部的小朋友都用思考來學習數學的話，小朋友的挫折感會比較大，至少我就是這樣。因為我會覺得說，在我沒辦法思考他到底是為什麼的情況之下，然後你又要求我說，你一定要用思考的，你不可以用死背的，你一定就是要自己去發現阿，自己去探索，可是我並不覺得說小朋友都有這樣的能力，因為像我們那時候我們老師在教的時候，就是我原先就是在學校上課而已嘛，可是大概是五年級吧。(20041004訪談；20040111教學案例評論也提及)

...

我覺得國小我還是比較贊成說，就是，也不是說死背啦，就是可以去教導他們去學習的方式，就是告訴他們一些概念或是如何解題的技巧，我覺得這可以教。然後但是不是所有的題目都是同樣一個模式，讓他們自己從教學的過程中，自己去模仿自己去學習。...像我國中數學並沒有學的很好，因為那時候感覺像我比較喜歡背東西，我比較不會運用自己的思考能力，就是不會去發現問題的癥結點，所以那時候就比較喜歡背東西...就是其實背不見得完全好，但是他一定有他的好處，所以我覺得國中是一個過度期，就是看你做怎樣的基礎功夫啦！...我覺得還是有一些東西，還是不太可能自己主動去發現主動去探索，當然是人家先教我然後我才會去學習，但是我相信不是每個人狀況都是一樣的，所以我覺得並不是有一套教學方式可以適合每一個人。

...

我覺得思考是隨著年齡慢慢增長的，所以到高中就可能比較有辦法去思考。

...

我覺得高一數學老師的教法是，他是比較屬於練習性的老師，可是我高二高三的老師的教法比較屬於講概念性的，就是他公式會推導給你看，...。我有時候甚至連公式都沒背，我就是圖先畫出來，然後再來想我要怎麼去算他，所以這個還有一個好處是...當我畫圖出來得時候，就可以明顯看出這個題目不合理阿。...

基本上大學我覺得大學數學，我並不覺得我學得很好，因為我覺得感覺上大學的數學他證明很多，然後我覺得要我背證明，就是要我理解證明，然後去記憶他，然後考試的時候把他寫出來，我覺得這對我來講是一件很困難的事，但是要我自己看到一個定理然後我要自己怎麼去證明，我覺得這是一點困難，然後我覺得這可能是能力還沒有提升，我覺得這可能需要累積的，我覺得當然不可能馬上就很厲害，看到定理就會證，但是我覺得可能跟大學，我覺得大學在唸的書跟高中可能也有差，(20041004訪談)

ST的個人經驗以及她所提及的學習方式，讓研究者想到一個重要問題：「會不會一個人在不同階段的信念是不一樣的？例如，在小學偏向接受觀，在中學偏向建構觀...等等」。研究者之所以有這樣的想法是因為Chin(1995)的研究告訴我們，教師的信念分佈得很廣；因為呂玉琴和溫世展(2001)對國小、國中、高中教師的信念調查研究發現三個階段的教師的信念在某些地方有不一致的地方。這也就是說研究者合理的猜測：「有沒有可能一位教師在對不同學習階段的學生的教學與學習的信念是不一樣的？」

為此，本研究利用Chin(1995, p25, p26)的信念核心問題「數學應該如何教？學生應該用什麼方法和如何學習數學？」嚴謹的重新檢核ST教與學的信念。研究發現，她的信念不是一種與學習階段有關的動態信念。雖然她認為從小學、國中、高中到大學，我們對學童的要求不一樣。小學生要建立他最底層的數學知識，國中、高中要培養他計算能力、思考能力、解決問題的能力，到了大學就要培養和他日後職業相關的知識。

R：你覺得國中國小高中甚至大學，這幾個階段裡面數學的教法是應該都一樣的吗？還是應該有不

一樣的地方。

ST：我會覺得他是不一樣的。

R：為什麼會不一樣呢？

ST：我覺得應該是說我們的要求不一樣吧…應該說國小的學生來講，他們什麼都不知道，所以我們是從沒有建立到最基本的東西。所以我們是要建立他最基本的概念，就是數學知識最底層的概念，可是像國中高中的話我覺得變成是要培養他們具備有譬如說計算能力、思考能力、解決問題的能力。可是像大學的數學，我覺得因為我們是念數學系的，所以變成我們走的方面是已經變成專業數學。然後一般的來講他們可能走的譬如說教育系他們走的是統計，就是等於說他們以後會用得到的。在我們的要求，就是我們希望他們達到程度不一樣的我們的教法就會不一樣。
(20060120訪談)

可是等到研究者要她確認各階段的教學方法時，她卻談及不管是那個學習階段的學生，老師要用引導或者講述的方式來教學。她之所以有這種信念是因為她認為在國內考試的壓力下，學生需要做很多的題目 -- 即使研究者要她不要考慮考試的因素，要她講理想的教學方式，要怎樣教才能培養學生的推理能力和解題能力等等。但是她都認為老師要用引導或用講述的方式。

ST：我覺得這應該要跟(國小)學生的本質

R：本質？

ST：對，如果學生他本身就是一個腦袋很靈活，然後他本身的邏輯觀念就很好的時候，那我們用引導的，他是不是很快就可以知道我們在講什麼。可是如果對於那種他的腦袋本來就不是很清楚只能接受比較制式化的東西的時候，那我們當然一定要用講述的。我們引導他當然不會有任何的吸收呀。

R：嗯，很好，所以小學應該用這種方法來教，那到了國中高中我們要建構他的一些數學能力嘛，推理能力、思考能力嘛，那教學方法呢？用引導的，還是用類似所謂的建構讓他解題取向的教學方法，什麼叫做解題取向的教學方法知道嗎？

ST：我知道。可是問題是，其實像現在國中生高中生他們必須面對的是聯考。可是聯考他很要求的是你能不能把哪個題目的答案算出來，所以變成會導致說老師在教學的時候，解決問題他們不是能夠把這個題目用標準化的公式然後把答案算出來，我覺得這是一個沒有辦法的事，因為它這是一個社會取向。

R：那假如這個社會取向的因素把它去除掉呢？

ST：如果社會取向的因素把他去除掉。

R：就是說國一國二，或是高一高二比較沒有壓力的情況之下，你應該覺得怎麼教會比較好？

ST：怎麼教會比較好喔？可是我會覺得說國中跟高中我還是會比較偏向於用講述的。

R：為什麼？

ST：因為我覺得講述可以在很短的時間內傳授大量的很大範圍的東西，對，然後我覺得能不能夠理解，我覺得要看個人，因為我覺得

R：對呀，能不能理解要看個人，然後呢？

ST：像我們就我們這個年代的來講，我覺得我們像老師都用講述的嘛，可是其實大家的落差會很大，那如果老師用引導的，我並不會覺得說用引導的，大家的程度會比較齊。因為我覺得國中跟高中的數學它已經走向，它已經比國小還要難很多，所以已經跟個人的能力有關係，所以當你用講述的會懂的還是會懂，不會懂的還是不會懂，你用引導的，其實不會差太多…

R：所以還是偏向於用所謂的講述教學法來教就對了，可是你剛剛不是講嗎？就是到國中高中應該是要培養他那個能力嗎？

ST：對呀，可是我覺得解決問題的能力，有很大部分已經是在國小形成的個人特質

R：可是你假如說所謂的引導，引導的方式應該就是說老師引導你怎麼做，譬如說第一步應該怎麼做？第二步應該怎麼做？你的想法是不是這個意思？解題式的話應該是說我給你一個問題那就看你怎麼做，你在那一個步驟錯了以後你在那個地方指導你。你的意思是不是？

ST：我覺得我引導的教學會，就是不會跟它們講所第一步要怎麼做？第二步要怎麼做？我可能只是把他就是切成比較細一點，然後讓他們跟著我的問題走。

R：那在這種你的引導之下，你說小朋友有沒有辦法學到剛剛講的那種能力？

ST：我覺得有些學生已經定型了，有那種能力的還是有那種能力，沒有能力的也不會培養出來。

R：那在理想的情況下呢？假如不要考慮一些考試等外在因素呢？妳認為國小、國中、高中的老師應該怎麼教？

ST：我覺得還是一樣。用引導的方式來教學。(20060120訪談)

當研究者問她學生應該用什麼方法來學或者他們是怎麼學的？研究發現她認為不管學生的能力有差異，他們用偏向接受的方式來學數學，他們還是靠記憶來學數學。ST在小學的傳授教學觀和接受學習觀的信念，也可以從她教學案例的回應文章中觀察到一致的想法，小學生是可以利用引導的方式讓小學生描述解題過程。

我會覺得說小學生的思考，可能沒有辦法像我們成人一樣嘛！就是他們可能沒辦法思考，可是反而是那種重複性的動作他們會模仿。(20041004訪談)

綜合上面所述，本研究認為ST的數學教與學的信念，整體而言比較偏向教學的傳授觀與學習的接受觀。而ST的教學之所以偏向傳授觀，和她的教與學的信念有相關性。

R：妳的教學為什麼比較傾向講述或引導的方式？

ST：我覺得小學生又沒有辦法像我們大人那樣子有思考能力，他們主要是要建立數學的基礎知識。

(20041227訪談)

伍、 結論與啓示

最後，我們從研究結果提取結論與研究的啓示。

己、 結論

本研究的個案學生教師是一名公費生，在學習數學教師的過程中，雖然不會主動表達她自己的表想，同時也不喜歡照本宣科，喜歡自己閱讀書籍，因此她對相關的學理的認知都是用自己的認知加以詮釋。也正因為如此，對某些學理的體認有些蠻貼切的，例如認知衝突與知識和能力的區分，有些則有一點出入，例如概念保留。

研究發現個案學生教師喜用自己的認知詮釋自己所學的知識，同時我們所檢視到她的數學知識大都蠻正確的，但有時候她的詮釋與師資培育者的詮釋方式不同。例如等分除的問題，師資培育者認為12個平分成4堆的乘法解釋是每一堆先給一個，所以一次分4個，最後每一堆3個，總共有4堆，所以是 $3*4=12$ ；除法是12個平分成4堆，每堆3個，所以 $12\div 4=3$ 。她則認為12個平分成4堆的乘法解釋是連結加法的解釋方式，一輪分4個，分3次，所以 $4*3=12$ ，所以每一堆3個。除法也認為應該是12個，去除以4堆，每分一輪就是4個，12個除以4個，所以是3輪，所以每堆有3個。

在學生認知方面，我們所檢視她的認知也發現大都蠻正確的，有時也有她自己的見解，例如，她認為在具體操作上等分除比較簡單，包含除比較難。但在算式的理解上包含除比較簡單，等分除比較難的觀點就與師資培育者相左。但是有些師資培育者的經驗卻發現初學除

法的學童的表現與個案學生教師的觀點一致。因此，此一有趣的問題值得繼續探究。

個案學生教師的教學方式，雖然偏向講述或引導的教學方法，但是她在教學過程中也時常出現重視營造數學感的教學，以及能處理學生的迷思概念。研究者將個案學生教師的教學與教科書、師資培育者的課堂教學做一比對，發現她對於教科書上所出現的一些重要概念都能恰當呈現，例如，強調面積是由一平方公尺點算出來的概念性了解；利用不平分的反例呈現分數需要平分的關鍵概念；強調個別單位愈長它所測量出來的數值愈小的反比例概念；強調具體操作物與文字符號表徵之間的連結。她對於師資培育者所強調的理念也能恰當呈現，例如，強調100平方公尺的大小的量感；強調土地面積單位公畝、公頃的學習需求；能示範學生常犯的迷思概念或處理學生的迷思概念。此外她也能進行有創意的教學，例如，利用一個蛋糕的一半引出一個蛋糕的 $\frac{1}{2}$ 的創意教學。

研究發現，個案學生教師雖然可以進行營造數學感的教學，以及能處理學生的迷思概念，但是他的教學速度過快，同時偏向講述或引導的方式，致使研究者們在教學現場都覺得感受沒有那麼深刻，教學效果打了一些折扣。這個結果告訴我們，營造數學感的教學或者有認知衝突的教學不能只用引導的方式進行，需要想辦法讓學生有深刻的體會才行。

個案學生教師之所以會偏向講述或引導的教學方法，和她的教與學的信念有相關性。個案學生教師之所以能在教學過程中能出現營造數學感和處理學生迷思概念，甚至出現有創意的教學，主要是她在學習教學的過程中，時常有自己的觀點。對於師資培育者的觀點都經過自己的思維判斷而非盲從接受。

庚、 啓示

在師資培育多元化的時代，公費生制度值得再三考量。個案學生教師是一位公費生，在進入師資培育系統就已經確定了未來的目標，同時她的入學成績也遠比一般師培生高，再加上她在學期間以及教育實習期間不用在分心在準備教師甄試，所以可以毫無顧忌的學習教學的知識。不像一般師培生，他們在學期間發現師資過剩，因此研究者的訪談發現，許多人已不專注於學習如何教學，而開始為其他的職業做準備，例如報考其他學系的研究所。在這個情形下，兩者似乎成一個強烈的對比，公費生較能專心學習教學，也沒有無後顧之憂；反之，非公費生，因為制度面的關係，心態比較徬徨，擔心畢業後的教師甄試，所以在教學上便會比較會分心，沒辦法盡情的學習教學。個案學生教師在數學教學實習期間的表現非常良好，不像一般師培生的表現平平，因此，站在教育是百年樹人、兒童是國家未來的主人翁的角度，此一公費生制度的存廢值得再三思量。

從研究者訪談個案學生教師的過程中發現，雖然她的教學信念偏向傳授觀，學習信念偏向接受觀。但是從她的學習經驗發現，國小和高中的學習經驗不是很一致，國小偏向接受的方式，高中偏向建構的方式。她認為國小和中學的教學要求不一樣，國小偏向建立他的基礎知識，中學培養他的計算能力、推理能力、思考能力等等。同時呂玉琴和溫世展(2001)的研究發現國小、國中和高中教師在某些方面的信念不是很一致。因此，一位教師他的信念是否會隨著學生的學習階段而動態改變或者隨著學生的能力而改變，是一個值得繼續探究的問題。同時，有這種動態教學信念的教師，他是否能進行多元優選教學方法的關係如何，也值得進

一步探究。

從研究過程中個案學生教師的回應，發現她對不同學習階段的學生有不同的要求，同時有時也要考慮學生的程度。再者從呂玉琴和溫世展(2001)的研究結果，研究者很合理的認為，可能有些教師的教與學的信念會隨著不同學習階段或者不同學習能力的學生而動態改變。至於個案學生教師為什麼還是單一的信念呢？這很可能是因為她的教學經驗不夠豐富，從來沒有嘗試過解題取向的教學方式對學生學習的優勢與困境，因此無法出現動態的教與學的信念。因此，研究者提出一個合理的臆測，假如有一位教師他在小學、中學、甚至大學的學習階段所面對的教師教學特質非常不一樣，教學方法非常不一樣，同時讓他感受深刻；或者他有豐富的教學經驗，曾經教過小學、中學、或大學，且在不同學習階段運用較為不同的教學方式進行教學而有特殊感受者；或者他曾經面對不同能力的學生，運用不同的教學方式而有深刻的感受，那他的教與學的信念很可能因為他的學習經驗或教學經驗的不同，而出現面對不同階段的學生有不同的教與學的信念，或者隨著不同能力的學生而有不同的教與學的信念。

當然，有動態教學信念的教師，是他的教與學的經驗影響他的信念；或者因為他有動態的教與學的信念導致他有不同的教學方式能值得進一步探究。同時一位能進行多元優選教學方法的教師，他是否更易出現動態的教與學的信念，研究者臆測應有一定程度的相關性，也值得進一步探究。

參考文獻

- 王秋絨(1991)：教師專業社會化理論在教育實習設計上的蘊義(再版)。台北：師大書苑。
- 金鈴和林福來(1998)：準數學教師學習教學之前的教學觀念及其緣起。*科學教育學刊*，6(3)，219-254。
- 金鈴和陳松靖(2001)：準數學教師學習教學價值的起始狀態分析。國科會九十年年度數學教育專題研究計畫成果報告精簡論文(計畫編號NSC89-2511-S-003-148)，國立台灣師範大學數學系。
- 李源順(1999)：數學教師在校內互動促進自我專業發展的個案研究。國立台灣師範大學數學研究所博士論文。
- 李源順和林福來(1998)：校內數學教師專業發展的互動模式。*師大學報：科學教育類*，43(2)，1-23。
- 李源順和林福來(2000)：數學診斷教學能力的培育。*師大學報：科學教育類*，45(1)，1-25。
- 呂玉琴和溫世展(2001)：國小、國中與高中教師的數學教學相關信念之探討。*國立台北師範學院學報*，14，459-490。
- 林碧珍(2000)：在職教師數學專業發展方案的協同行動研究。*新竹師範學院學報*，13，115-148。國立新竹師範學院。
- 張英傑(2002)：職前教師乘法結構知識之研究。*國立臺北師範學院學報(數理科技類)*，15，1-36。
- 張芬芬(1993)：師範生實習的潛在課程分析。*教育研究資訊*，1(2)，14-33。
- 黃政傑(1988)：教育理想的追求。台北：心理出版社。

- 黃一峰(2004)：探究職前教師數學教學的學習歷程及其教學實踐。國立台北師範學院數學教育研究所碩士論文。
- 姚如芬、郭重吉和柳賢(2001)：職前教師數學教學概念之初探：從研究實作中學習教學。科學教育學刊，9(1)，1-13。
- 莊威冠(1997)：國小職前實習教師教學信念之分析。臺南師範學院國民教育研究所碩士論文。
- 鄭英豪(2000)：學生教師數學教學概念學習：以「概念啟蒙例」的教學概念為例。國立台灣師範大學數學研究所博士論文。
- Chin ,C.(金鈞)(1995). *Mathematics teachers' beliefs, their classroom practices and influences on student learning : Four case studies*. The University Cambridge PHD.
- Ernest, P.(1988). *The impact of beliefs on the teaching of mathematics*. Paper presented for *ICME VI*, Budapest, Hungary.
- Fennema, E. & Franke, M.L.(1992). Teachers' knowledge and its impact. In D.A. Grouws(ed.)(1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. National Council of Teachers of Mathematics, Macmillan Publishing Company, New York. pp.147-162.
- Grant, C.E.(1984). *A study of the relationship between secondary mathematics teachers' beliefs about the teaching-learning process and their observed classroom behavior*. Dissertation Abstracts International 46, DA8507627.
- Kesler, R. Jr.(1985). *Teachers' instructional behavior related to their conceptions of teaching and mathematics and their level of dogmatism : Four case studies*. Unpublished Doctoral Dissertation, University of Georgia, Athens.
- Koehler, M.S. & Grouws, D.A.(1992). Mathematics teaching practices and their effects. In D.A. Grouws(ed.) (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. National Council of Teachers of Mathematics, Macmillan Publishing Company, New York. pp.115-126.
- Lerman, S. (1990). Alternative perspectives of the nature of mathematics and their possible influence on the teaching of mathematics. *British Educational Research Journal*, 16(1), 53-61.
- Maclean, R.(1992). *Teacher's career and promotion pattern*. London: The Falmer Press.
- McGalliard, W.A.Jr. (1983). *Selected factors in the conceptual systems of geometry teachers: Four case studies*. Dissertation Abstracts International 44, 1364A.
- Raymond, A.M.(1995). Mathematics teacher developmentST : Lessons learned from two collaborative action research partnerships. *Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (17th, Columbus, OH, October 21-24, 1995)*.
- Shaw, K. (1989). *Contracts of teacher ideal and actual beliefs about mathematics understanding: Three case studies*. Unpublished Doctoral Dissertation, University of Georgia, Athens.
- Thompson, A. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105-127.

The Case Study of A Student Teacher to Learn Elementary Mathematics Teaching

Yuan-Shun Lee Fen-Ya Yang Kai-Yan Ho

Department of Mathematics and Computer Science Education,
Taipei Municipal University of Education

Abstract

The purpose of this study is to investigate mathematics teaching knowledge/competence and belief of a student teacher. She is a government fund student in teachers college. She is a senior of department of mathematics and computer science education. Data collected by notes of classroom learning, comment of teaching observation, micro-teaching, teaching practice, comment of teaching practice, comment of teaching cases in website, and interviews. We found that she always use her cognition to interpret teaching theories, hence we found that she has bias interpret with some teaching theories, her cognition of mathematics content and students' cognition have conflict with teacher educator. Although her main teaching practices is speech teaching method or guide teaching method. Her teaching practices also have mathematics sense making, and teaching student misconception. Her teaching belief is a view of transmission and a view of reception. From result of interview, we conjecture that a teacher may have dynamic teaching belief, if his experience learning or teaching is very different in different learning stage or student ability. At the same time, it worth integrate a teacher can using multiple optimization teaching methods with his dynamic belief.

Key words: mathematics teaching practice, mathematics teaching knowledge/competence, belief