

國小六年級分數數線補救教學之 研究—以三名個案為例

黃怡瑀¹ 劉曼麗²

¹高雄市十全國小 ²國立屏東教育大學數理教育研究所 (投稿日期: 96 年 10 月 15 日; 修正日期: 96 年 11 月 8 日; 接受日期: 96 年 11 月 30 日)

摘要

本研究旨在對分數數線有錯誤想法的國小六年級學童，設計分數數線補救教學活動，並探討實施活動之成效。本研究之研究對象為研究者（第一位作者）任教學校的三位六年級學生。在補救教學前，先對研究對象實施分數數線前測，並以個別晤談的方式瞭解學生的錯誤想法。在教學後對研究對象實施分數數線後測，並進行晤談，以瞭解三位研究對象錯誤想法的改變情形及補救教學成效。研究結果如下：

- 一、補救教學前，三位研究對象在分數數線的錯誤類型有：將數線全長當作一個單位、受單位等分段數的影響、受小數概念的影響、受分子和分母數字的影響、以及將數線上的刻度線當作等分段等五項。
- 二、本研究之補救教學活動共設計四個單元。在四個單元的教學歷程中，透過改變數線上的單位數來改正學生「將數線全長當作一個單位」；藉著將數線上單位間的等分段改變為分母的因數和倍數，來改正學生「受單位等分段數的影響」；透過動手畫數線，並討論如何在數線單位間做正確地等分，來改正學生「受小數概念的影響」及「將數線上的刻度線當作等分段」；透過在數線上序數分數，並強調數線上的整數參考點，來改正學生「受分子和分母數字的影響」。
- 三、接受分數數線補救教學後，三位研究對象原有的錯誤想法皆有明顯地轉變。三位研究對象在前測的平均答對率不到五成，而後測的答對率在九成以上，顯示本補救教學活動有明顯之成效。

關鍵詞：分數、數線模式、國小六年級、補救教學

壹、研究動機和目的

「有理數」是小學的核心課程之一，也是小學數學教育中最有挑戰性的教學主題（教育部，2003）。有理數中，分數在國小數學教材中佔有相當重要的地位，更是國、高中數學教材的基礎，其重要性毋庸置疑。

在分數的表徵中，數線（number line）可說是較抽象，較難理解的。許多研究即指出，在分數的諸多意義中，學生最不清楚分數是數線上的某一數值的意義（林碧珍，1990；Behr, Bright, & Post, 1988；Larson, 1980）。然而，從國內現行的國小教科書內容來看，分數的數線表示法在教材中出現的次數相當少，顯見其並未受到重視。堪慮的是，數線在國中教材中卻佔有十分重要的地位，舉凡與「數」有關的概念，包括有理數與無理數，皆會藉由數線來做說明。學生若未在小學畢業前經由數線了解分數是數的概念，在國中數概念學習的銜接上想必會有一些困難。有鑑於此，研究者擬以在分數數線學習有困難的六年級學生為研究對象，進行補救教學研究並探討其成效，期能提供教師進行分數數線教學之參考。

貳、文獻探討 一、分

數的表徵系統

表徵系統之所以在分數教學中被大量運用，這是因為分數的概念較整數來的抽象，而實物和圖畫式的表徵系統被認為是較易使分數與符號規則連結。Behr, Lesh, Post 和 Silver（1983）提出五種不同的表徵類別：真實情境（real-world situation）、具體操作物（manipulative models）、圖像（picture）、語言（spoken symbols）及書寫符號（written symbols）。分數概念在這五種表徵之間的關係如圖1 所示：

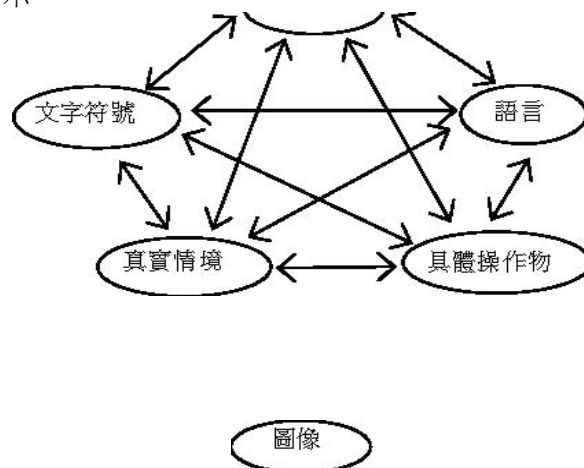


圖1 表徵之交互關係圖（資料來源：Behr, Lesh, Post, & Silver, 1983, p.102）

Behr, Lesh, Post 和Wachsmuth (1984) 強調表徵間的轉換能力是影響學生數學學習、問題解決及產生有意義學習的重要因素，因此要建立學生概念中各項表徵之間的連結對數學的學習來說是很重要的。

Kutz (1991) 提出概念發展之三角關係，認為數學符號、數學語言與圖像表徵連結成一個三角關係，如圖2 所示（以 $\frac{1}{4}$ 為例）。Kutz 強調只有當學生能處理這三種關係之轉換，才能對分數的概念有完整的瞭解。

圖像表徵（以數線為例1/4）

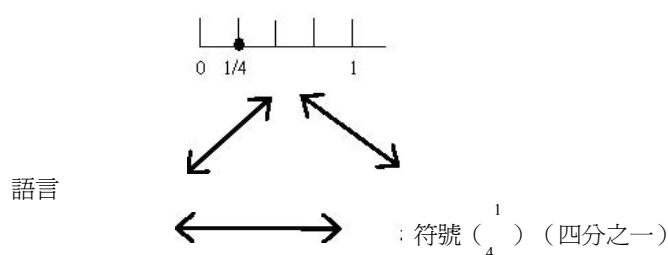


圖2 分數概念發展之三角關係（資料來源：Kutz, 1991, p.194）

這些學者對於分數概念的表徵有各自的看法，Behr 等人對於分數提出五種表徵類別的交互關係，較為完整地呈現各種表徵之間的轉換關係。Kutz 則是以表徵的某一形式來與數學的語言和符號作連結，是靜態圖像表徵。雖然Kutz 與Behr 等人所提出的五種表徵類別相比，較不能完整呈現學童整個分數概念的發展，但本研究聚焦在分數數線上，是屬於靜態的圖像表徵之一，研究的模式應是以學者Kutz 的三角關係作為本研究之教學發展的主要方向較為合適。

二、數線表示法使用在分數之優點



許多研究說明了將數線表示法使用在分數學習上的優點，茲說明如下：

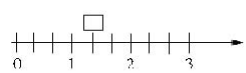
- (一) 數線比其他表示法更能清楚呈現「分數是數」的意義，能使學生瞭解整數、分數和小數的數系關係 (Behr & Post,1988 ; Dicken, Brown, & Gibson,1984 ; Larson,1987 ; Kieren,1976) 。
- (二) 數線比其他表示法更適合呈現大於1 的帶分數或假分數 (林碧珍, 1990 ; Dicken et al.,1984 ; Larson,1987)
- (三) 利用數線可讓學童瞭解等值分數的意義，並建立分數大小及約估的數感能力 (Behr & Post,1988 ; Kieren,1976 ; Kutz,1991 ; Vance,1992) 。
- (四) 數線可以修正「部分/全體」所造成分數加法的危機 (卜思, 1987 ; Behr & Post,1988 ; Kutz,1991) 。
- (五) 數線可以說明分數的稠密性 (Kieren,1976 ; Vance,1992) 。
- (六) 數線可說明分數在各種度量之測量使用，例如長度、時間、重量等 (Lou-chiosi,1984 。引自黃馨緯, 1995) 。

綜合上述，我們可以發現，分數的數線表示方式能提供對帶分數、假分數、等值分數及分數大小關係等較佳的解釋方式，可以補救「部分/全體」對分數運算所造成的困擾。更甚的是，分數數線可以幫助學生瞭解「分數是數」的意義與分數的稠密性，還可以幫助學生將對數的理

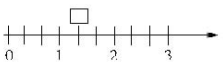
解從整數系擴展到有理數數系。因此，培養學生適當地使用數線表示法來進行分數概念的學習是不容置疑且刻不容緩的。

三、學生在分數數線的錯誤類型

根據文獻資料，茲將學童在分數數線的錯誤類型整理如下：（一）將數線全長當作一個單位許多研究皆發現，學生在分數的數線表示法最容易受到「部分/全體」的操作概念影響，而將整條數線當成一個單位來處理（林碧珍，1990；楊壬孝，1988；Larson, 1980, 1987）。Larson（1980）發現七年級學生在一個單位長的數線問題（例如 ，X 表示多少？）答題情形明顯比在二個單位長的問題（例如 ，X 表示多少？）好。Behr 等人（1988）比較四、五年級學生在數線中一個單位長與二個單位長的「標分數」的表現，一個單位長的表現亦明顯比二個單位長還要好。例如有一題「讀分數」的數線問題

，有些學童會將全長分成9等分，□ 位於第4等分，所以出現 $\frac{4}{9}$ 的答案。

（二）忽略數線上的參考點

有些學生會將問題簡化到他有能力處理的情形，許多學者稱此現象為「簡化原則」。Larson（1980）曾以1、2、3三種不同的數線單位長，瞭解學生在分數數線的概念，發現當數線長大於1單位時，部分學生會忽略數線上的參考點，有自行改變單位長度到他能處理的「簡化原則」，以找出分數的位置。例如有一題「讀分數」的數線問題 ，有學生只考慮將0到1分為三等分，一等分就是 $\frac{1}{3}$ ，未考慮參考點1，因此出現 $\frac{1}{3}$ 答案的錯誤類型。

（三）受單位等分段數的影響

當單位等分段數等於分母時，由於學生可以直接利用題目所提供的線索而找出正確答案，研究顯示大多數學生多能正確解答此類題目（林碧珍，1990；Behr et al., 1983；Larson, 1987）。當單位等分段數等於分母的因數或倍數時，Vance（1992）發現部分六

年級學生在一單位分成六等分的數線找 $\frac{2}{3}$ 時，會把它標示在 $\frac{2}{6}$ 的位置上；而Behr 等

人（1983）、林碧珍（1990）亦發現，當題目的線索與數線所提供的情境有出入時，學生常以分子或分母為主，而忽略了要將單位間重新等分成與分母數字相同的等分段數。而當單位等分段數與分母無關時，Behr 等人（1983）的研究發現，只有35%的四年級

學生能將 $\frac{2}{4}$ 正確標在每一單位分成三等分的線段上。由於此類題型題目所給予的情境

與分數的分母無關，最容易造成學生解題時的困惑（Behr et al., 1983；Behr et al., 1988）。（四）受語言的影響


國內學者楊壬孝（1988）發現學生在數線上表徵分數時，如 $\frac{1}{3}$ ，由於中文讀法是先

念分母3 再念分子1（三分之一），學生最易將 $\frac{1}{3}$ 標在數線上3 後面的第1 小格處。而國外學者 Behr 等人（1988）也提出學生分數的讀法會影響分數之數線情境的表徵，如 $\frac{1}{3}$ ，由於英文讀法是先念分子1 再念分母3（one-third），因此學生會受影響而將分數標 3 示在數線上1 後面的第3 小格處。

（五）受小數概念或十進位系統的影響Vance（1992）發現學生會將 $\frac{1}{3}$ 表示在數線1.34 的地方。林碧珍（1990）發現部1

分高年級學生不管數線上有多少等分段，一律將數線上每一段當作 $\frac{1}{10}$ 或0.1 來處理。（六）受分子或分母數字的影響Post（1981）發現，有些學生會將分數 $\frac{1}{2}$ 標示在數線1 和2 之間的任一點上。楊壬

孝（1988）、林碧珍（1990）發現有些學生將分數標在數線上時，只以分子作判斷，例如將 $\frac{3}{5}$ 的 3 標示在數線3 的位置，而不理會分母；有些學生則將分數中出現的數字全在數線上勾出，例如 $\frac{3}{5}$ 則在數線上的3 和5 打勾。（七）將數線上的刻度線當作等分段Behr 等人（1988）發現，16%的五、六年級學生會以數線上的刻度線當作是等分

段，如 ，有部分學生認為數線0-1 有四條刻度線，而無法接受數線上的位

置為分數 $\frac{1}{3}$ 。

由上述文獻可知，學生在分數數線的錯誤類型有這七大項。因此教師在教學時，可針對這些可能對分數數線有錯誤想法，而對分數數線有學習困難的學生進行補救教學。研究者也將根據對分數數線有錯誤想法的學生，擬訂計畫，設計補救教學活動，加強學生在分數數線上的表現。

參、研究方法

一、研究對象

本研究之研究對象選取方式，是從研究者任教之高雄市國小六年級學生，選取二個班級共67 名學生進行分數數線前測試題的測驗，從試題的答題情形，並輔以訪談，挑選具有分數數線錯誤想法的3 名學生來進行補救教學。

二、研究工具

本研究之工具為自編之分數數線試題當作筆試試卷。筆試試卷分數數線試題，分為前測和後測，兩份試卷之目標、題數、題型相同，但所標示之數字不同。

(一) 研究工具之內涵

依據國內外文獻資料，整理出學童可能的分數數線錯誤想法及學習困難之處，同時亦針對八十二年課程標準、九年一貫能力指標、各版本教科書及教師指引等，整理出有關學童學習分數數線教材的教學重點。根據以上資料著手修訂編製分數數線試題。試題內容分為基本型A 部分與進階型B 部分兩種。依照作答情形，分為「寫分數」（在數線上的某一點寫上正確的分數）和「標分數」（在數線上用箭頭標出所給分數的位置）兩項，其中A 部分包含「寫分數」（共5 題）和「標分數」（共9 題）兩項，而B 部分只包含「標分數」（共6 題）一項。「數線上的單位數為1」指的是試題中的數線為0~1 之間，由於此項無法使用在大於1 的分數，因此這部分在分數種類為帶分數和假分數中無

相對應之題目；而「數線上的單位數為分母數值」指的是給定的分數若為 $\frac{3}{5}$ ，則試題中

的數線為0~5 之間；而「數線單位內無等分段」不適用在寫分數這一項中，因此也無相對應之題目。在B 部分中，研究者在數線上的單位數為1 和單位數為分母數值之單位內的等分段作變化，等分段分別有分母的因數及倍數二種，目的是想測試學童是否有數線上之等值分數的概念。由於在「寫分數」這一項，學童容易受視覺上數線之等分段的影響，無法達到研究者所欲測試的目標，所以此部分無題目。

茲將此分數數線試題A 部分與B 部分之內容分配整理如表1 和表2 所示：表1 分數數線前、後測A 部分試題分配表

類 別	分數種類	數線上的單位數為1		數線上的單位數為分母數值	
		等分段為分母的數值	等分段為分母的數值	等分段為分母的數值	無等分段
寫 分 數	小於1	單位分數	一、1	一、5	
		真分數	一、3	一、4	×
	大於1	帶分數			
		假分數	×	一、2	×
標 分 數	小於1	單位分數	二、1	二、8	
		真分數	二、7	二、6	二、3
	大於1	帶分數		二、2	二、5
		假分數	×	二、4	二、9

表2 分數數線前、後測B 部分試題分配表

類 別	分數種類	數線上的單位數為1		數線上的單位數為分母數值	
		等分段為分	等分段為分母	等分段為分	等分段為分

	母的因數	的倍數	母的因數	母的倍數
單位分數 小於1	5	1	6	2
標 分 數	真分數			
帶分數 大於1		×	3	4
假分數				

(二) 研究工具之信效度

在效度方面，本研究先請3位具有實務經驗之高年級教師，填寫專家意見調查表，依據試題的類別及內容來檢核試題的合適性。經修改後，再請3位數理教育研究所教授審閱，以達成內容效度和專家效度。而在信度方面，對預試對象共121名學童進行間隔一個禮拜的前、後測驗。經SPSS10.0統計分析結果，前測Cronbach's alpha值為0.9271，後測為0.9176。前、後測之相關係數為.871，已達到.01的顯著水準，顯示前、後測二份試題有高度相關。

三、資料收集與分析

本研究的資料可分成筆試測驗資料、訪談資料、補救教學資料三部份。分述如下：

(一) 筆試試卷資料：包括分數數線前測及後測兩份試題，將這兩份試題的答題情形結果互相對照、比較，分析出學生教學前、後錯誤之處，深入探討出補救教學成功或未成功的關鍵。

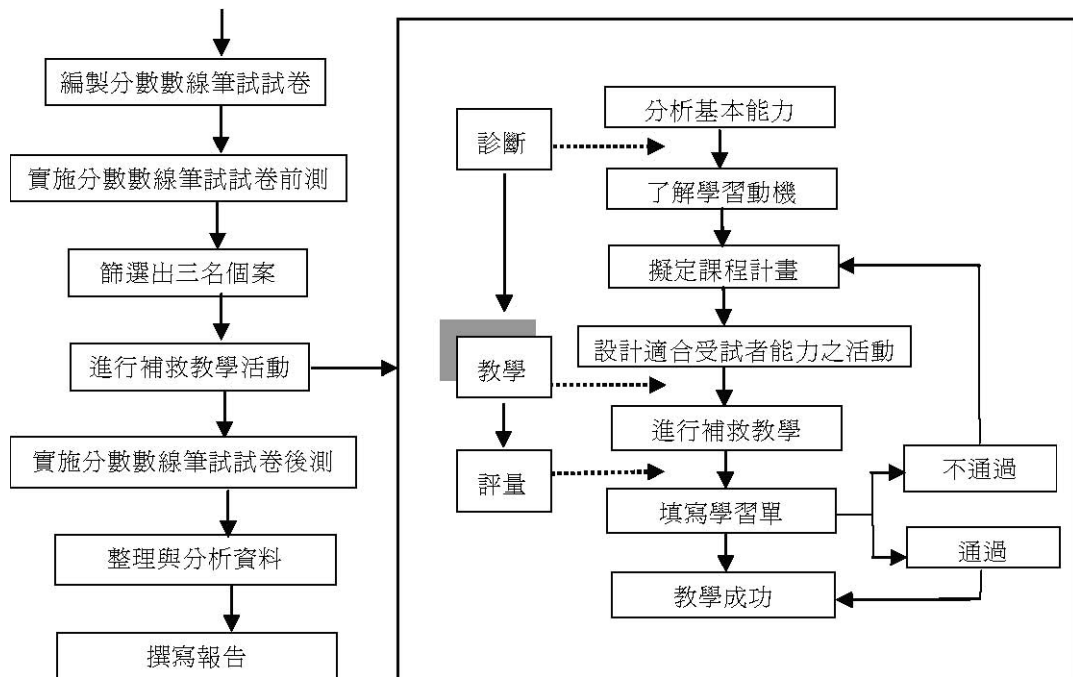
(二) 訪談資料：在訪談三名個案的過程中，均採錄影、錄音之方式來蒐集資料，事後再轉譯成訪談原案，以作為分析研究對象分數數線錯誤概念之形成原因及是否改變的判斷依據。

(三) 補救教學資料：包含教學觀察錄影帶、對話錄音帶、配合教學活動的學習單、學生學習日記及教學反省記錄單。

四、本研究之實施流程

茲將本研究之詳細實施流程如圖3所示：

進行文獻探討



編製分數數線筆試試卷

撰寫報告

圖3 本研究實施流程圖

肆、研究結果與討論 一、補救教學前學

童在分數數線之表現

三位補救教學對象未進行分數數線補救教學前，分數數線試題前測的答題結果如表3 所示：

表3 補救教學前分數數線試題前測學童答題情形

! ! ! ! (在數線上用箭頭標出所給數的位置)

訪談記錄分析：T：這題呢？你前面畫這個是什麼意思，卻標在3 的地方？

S：亂寫的。

T：你前面（在0 和1 之間）為什麼要畫七條線？

S：不知道，就亂畫的。

T：那為什麼標在3 這裡？

S：我就隨便看，看到有一個三就給它畫上去。由訪談中，發現這位學童是受到分子或分母數字的影響，遇到整數數線沒有等分段的題目，就說是亂寫的。在這一題看到分子7，便在0 和1 之間畫七條刻度線；看到分母3 就標在整數3 的地方。經由與三位學童的作答情形進行一對一訪談後，更加深入地瞭解學童的錯誤原因。

下表為三位學童在補救教學前所出現的錯誤類型，與文獻中所提及的錯誤類型作比較，整理如表4 所示：

表4 補救教學前三位學童分數數線的錯誤類型

文獻中學童的錯誤類型 小豪 小涵 小陽

第一項：將數線全長當作一個單位√ √√ 第二項：忽略數線上的參考點（未出現）第三項：受單位等分段數的影響√ 第四項：受語言的影響（未出現）第五項：受到十進位系統及小數概念的影響√ 第六項：受到分子或分母數字的影響√ √√ 第七項：將數線上的刻度線當作等分段√

二、補救教學活動之設計內涵

由於「哈利波特」的小說及電影十分受到學生的喜愛，而劇中有出現「九又四分之三號月台」，便想藉由這部受歡迎的劇情來吸引學生的學習動機，以「九又四分之三號月台」帶入分數數線的活動。本研究之補救教學活動，為一個主題活動，名稱為：魔法世界的九又四分之三號月台，包含有四個單元：【單元一】找出幾分之幾的月台。【單元二】找出九又四分之三月台。【單元三】佛地魔來搗亂！【單元四】佛地魔又來搗亂！茲將此四個單元的設計想法簡述如下：

（一）單元一：找出幾分之幾的月台。

本單元的教學目標是在數線上表示真分數。由於許多研究皆發現，學生在分數的數線表示法最容易受到「部分/全體」的操作概念影響，而將整條數線當成一個單位來處理（林碧珍，1990；楊壬孝，1988；Larson,1980,1987），因此單元一是藉由各種不同單位數的數線來釐清此錯誤想法。數線上先呈現單位數為1，再逐漸增加數線上的單位數，找出相同的真分數，讓學生比較真分數在一個單位數和多個單位數的數線上，其位置是不變的，並隨時強調單位1 在哪裡。

（二）單元二：找出九又四分之三月台！

本單元的教學目標是在數線上表示帶分數。文獻中發現，當數線為多個單位數時，有些

學生會忽略數線上的整數參考點，有自行改變單位長度到他能處理的「簡化原則」情形出現，以找出分數的位置（Larson,1980）。延續【單元一】中在數線上表示真分數，

藉由火車站月台的命名活動，例如 $\frac{1}{4}$ 號月台是數線上0 和1 之間四等分中的第一等分，

那1 和2 之間四等分中的第一等份就不能稱為 $\frac{1}{4}$ 號月台，而是稱為 $1\frac{1}{4}$ 號月台，否則就

有重複的月台名稱造成大家的困擾。相同的情形也發生在數線2 和3、3 和4 之間等等，

直到 $9\frac{3}{4}$ 號月台為止。強調數線上參考點是不能忽略的，否則數線上便會有許多相同名

稱的情形出現。

（三）單元三：佛地魔來搗亂！

本單元的教學目標是數線上假分數和帶分數的認識。由於有文獻顯示，學生在分數數線表示法中，假分數的答題表現不如帶分數，是因為帶分數有整數的參考數值而假分數沒有（楊壬孝，1988）。在「哈利波特」故事中，佛地魔為反派的角，而且法力超強，因此單元三是藉由趣味的故事情節，對學生描述本單元的教學情境為魔法世界的車站遭到佛地魔的法術影響，車站中以帶分數命名的月台名稱都變為假分數命名的月台名稱，來讓學生熟練帶分數和假分數在數線上的轉換，並讓學生能注意數線上的參考點。如下圖4，數線刻度上方標示帶分數，

刻度下方則由學生來轉換成假分數。藉由圖形的對照，例如 $2\frac{3}{4}$ 也可以表示成 $\frac{11}{4}$ ， $2\frac{3}{4}$ 和 $\frac{11}{4}$ 在數線上都是在同一個位置，讓學生熟悉假分數和帶分數的轉換。

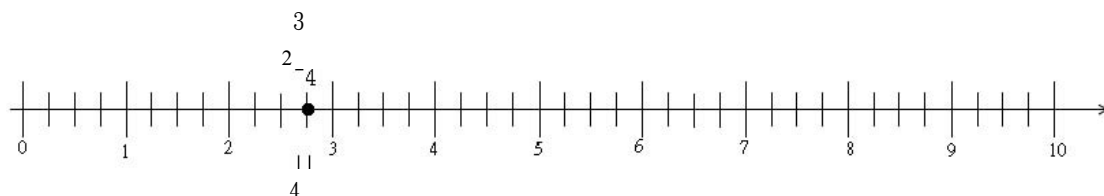


圖4 帶分數、假分數數線轉換圖

（四）單元四：佛地魔又來搗亂！本單元的教學目標是數線上等值

分數的認識。由於文獻中發現學童會受數線單位等分段數的影

響。有研究指出，等值分數的教學要使用多樣的表徵和轉化，例

如：符號

→數線→不同的數線→不同的符號(見圖5)，這樣對學生產生等值分數的學習是有幫助的(Behr et al.,1988)，如此練習等分段數的變化與分數的關係，相信可讓學童不再受等分段數的多寡所影響。

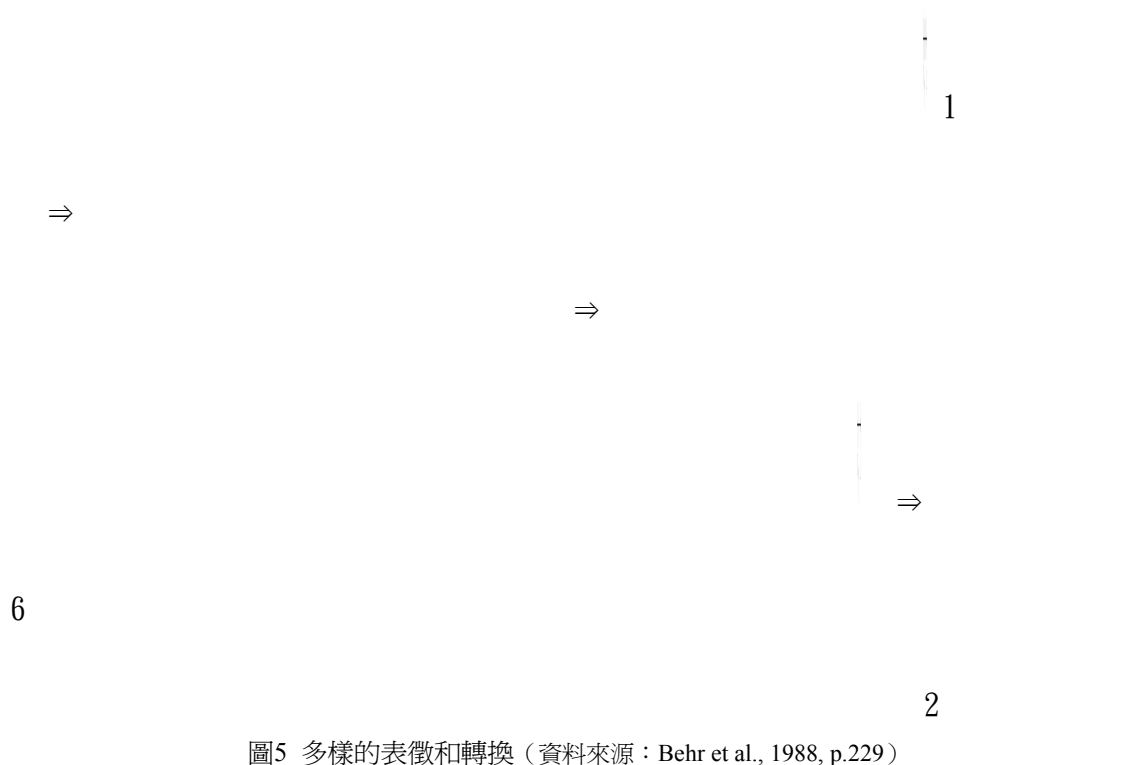


圖5 多樣的表徵和轉換（資料來源：Behr et al., 1988, p.229）

由於本研究的補救教學為一系列的主題活動，四個單元為一完整的教學活動。在試教的時候發現同儕之間良好的互動有助於學習成效，因此此次補救教學活動是採用小團體的教學方式來對三位研究對象進行補救教學。

三、補救教學之成效探討

補救教學實施後一個星期，對接受補救教學之三名學童進行後測，以驗證補救教學成效。

下表5 為三位學童前、後測的答題情形：

表5分數數線試題前、後測學童答題情形比較

題型及題號	A 部分寫分數 (A 一 1~ A 一5)	A 部分標分數 (A 二1~ A 二9)	B 部分標分數 (B1~ B6)	總答對率	
小豪	前測答對題數 (正確率)	0 (0%)	5 (56%)	3 (50%)	40%
	後測答對題數 (正確率)	4 (80%)	8 (89%)	6 (100%)	90%
小涵	前測答對題數 (正確率)	5 (100%)	7 (78%)	0 (0%)	60%
	後測答對題數 (正確率)	5 (100%)	9 (100%)	3 (50%)	85%

前測答對題數	0	5	0	25%
小 (正確率)	(0%)	(56%)	(0%)	

陽後測答對題數5 8 5 90% (正確率)

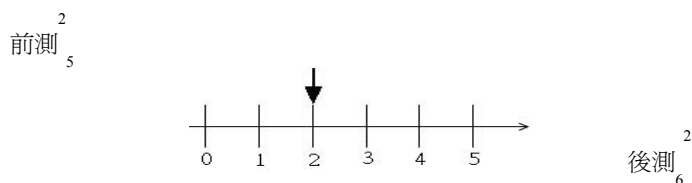
本研究再根據學童後測試題的答題情形作一對一的訪談，以深入了解三位學童在教學前、後想法的改變情形。

(一) 小豪的補救教學成效

根據表5，小豪的總答對率由前測的40%，提升到後測的90%，A部分和B部分的正確率也都有明顯的提升。以下是小豪在前測時所表現的錯誤類型之一，將前、後測訪談內容做比較，以作為成效的驗證。

小豪在前測時，當數線上單位間沒有刻度線時，會將整條數線當作一個整體，察覺不出給定分數值與數線上整數值有何不同之處。在後測時，小豪能清楚判定給定分數數值的大小，並且能在單位間做正確地等分，顯示已不會受到數線上數字的影響。以下是前、後測A二、3之對話舉隅。

將數線全長當作一個單位



- T：這一題呢？T：這題六分之二，為什麼數線裡面還要再
 S：五分之二這裡就是有五個，我就用在五份畫？中的第二個。S：因為六分之二沒有超過一，然後
 這個一
 T：你五份就是看到0 到5？是整數，所以我要畫。

S：對。T：那要分成幾等份？

S：六等份。



（二）小涵的補救教學成效

根據表5，小涵的總答對率由前測的60%，進步到後測的85%，除了在A部分寫分數的部分保持100%的正確率外，A部分的標分數和B部分也都有進步。以下是小涵在前測時所表現的錯誤類型之一，將前、後測訪談內容做比較，以作為成效的驗證。

小涵在前測時，遇到整數線沒有等分刻度線的題目，就說是亂寫的。看到分子7，便在0和1之間畫七條刻度線；看到分母3就標在整數3的地方，除不了解等分的意義，也受到分子和分母數字的影響。在後測時，不只能在數線上做正確地等分，也會將數線上整數部分化做與分數分母相同的等值分數，再找到假分數的位置。以下是前、後測A二、9之對話舉隅。

受分子或分母數字的影響

後測 $\frac{7}{4}$ 前測 $\frac{7}{3}$

T：這題呢？你前面畫這個是什麼意思，卻標在T：這題呢？3的地方？S：它是假分數，可是數線上沒有畫，它下

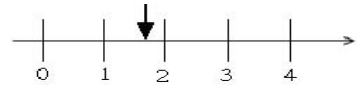
S：亂寫的。面分母是四，所以0-1、1-2之間一定每

T：你前面（在0和1之間）為什麼要畫八格？一個都是四等份，所以在這裡面都畫四

S：不知道，就亂畫的。個，第七個假分數那就是四、八，到2

T：那為什麼標在3這裡？就是八，減一個就是七。

S：我就隨便看，看到有一個三就給它畫上去。



(三) 小陽的補救教學成效

根據表5，小陽的總答對率由前測的25%，提升到後測的90%，不管在A 部分或是B 部分，答題的正確率皆有明顯的提升。以下是小陽在前測時所表現的錯誤類型之一，將前、後測訪談內容做比較，以作為成效的驗證。

小陽在前測時，不了解數線上等分的意義，在寫分數的部分，都將0 和1 的刻度線算進去。在後測時，則沒有發生此錯誤類型，能正確數出等分的部分。以下是前、後測A 一、1 之對話舉隅。

受數線上刻度線的影響

前測

後測

T：你怎麼知道要寫四分之一？

S：因為它分成四份。

T：哪裡四份？

S：一、二、三、四（從0 等分段開始數）。

T：（從0）一、二、三、四，那這個位置應該是第二個啊？

S：這裡是第一個。

T：你說四是從這裡（0）一、二、三、四，但是這裡是第一個。

S：（點頭）

T：這一題，為什麼知道這個點是四分之一？

S：**因為有四等份。**

T：哪裡有四等份？

S：一、二、三、四。

T：一、二、三、四中的第一個等份，所以叫四分之一。

S：對。

伍、結論與建議

一、結論

(一) 學生在分數數線之錯誤類型

根據文獻顯示，學童分數數線的錯誤類型有將數線全長當作一個單位、忽略數線上的參考點、受單位等分段數的影響、受語言的影響、受小數概念或十進位系統的影響、受分子或分母數字的影響、以及將數線上的刻度線當作等分段等七項。在補救教學前，研究者對三位研究對象施以分數數線前測試題，藉以了解研究對象對分數數線之錯誤想法。經測驗的結果，發現三位研究對象共出現了將數線全長當作一個單位、受單位等分段數的影響、受小數概念的影響、受分子和分母數字的影響、以及將數線上的刻度線當作等分段等五項，其中以「將數線全長當作一個單位」以及「受分子或分母數字的影響」這二項最容易影響學生在分數數線上的表現。在了解三位研究對象的錯誤想法後，研究者再根據其錯誤想法，設計合適的補救教學活動，以改正其對分數數線的錯誤觀念。

(二) 補救教學活動之設計

在四個單元的教學歷程中，透過改變數線上的單位數來改正學生「將數線全長當作一個

單位」。藉著將數線上單位間的等分段改變為分母的因數和倍數，來改正學生「受單位等分段數的影響」。透過動手畫數線，並討論如何在數線單位間做正確地等分，來改正學生「受小數概念的影響」及「將數線上的刻度線當作等分段」。透過在數線上序數分數，並強調數線上的整數參考點，來改正學生「受分子和分母數字的影響」。

（三）補救教學之成效

小豪、小涵與小陽三名個案，在經過補救教學後，從他們教學前、後的答題情形以及口語的訪談中，發現到這三名學童在補救教學後的成效都有顯著的進步。三名學童在接受補救教學之後，進行試題後測，將後測答題情形與教學前所進行的前測相對照，發現小豪的總答對率由前測的答對率40%，提升到後測答對率90%，進步了50%；小涵的總答對率由前測的答對率60%，提升到後測答對率85%，進步了25%；小陽的總答對率由前測的答對率25%，提升到後測答對率90%，進步了65%。三名個案後測成績均優於前測。

二、建議

（一）在分數教學方面

希望教學者在一開始教分數時，可花較多時間，藉由多種分數的表徵來說明分數的意義，讓學生對分數有較為完整的瞭解。在圖像表徵上，雖然現行的教科書對連續量中的面積及線段表示法和離散量表示法著墨較多，教學者必須適時增加數線表示法來說明，這樣才能幫助學生對分數概念的建構能更佳完備。

（二）在分數補救教學方面

由於一般教師在校時間有限，除了上課外，尚有許多級務需處理，更有改不完的作業，因此不易針對個別學童的錯誤一對一指導。可根據學生的習作或評量，有相同或類似的錯誤想法或是迷思概念的學童，集中補救，可節省教師不少的負擔。

（三）在活動設計應用方面

教師在教學時，不應只限於教科書中的內容，可將教材加入現行兒童的流行事物，如喜歡的遊戲項目、電玩遊戲、喜愛的偶像或卡通人物等等，設計出真正孩童眼中的「生活化」、「趣味化」的教材。本研究雖然是作為分數概念中的「分數數線」項目的補救教學之用，但是也涵蓋正規課程之目標，因此希望加強分數教學的教師，可依實際的情況斟酌修改，安排在分數教學中，不需拘泥於正規課程之後。（四）在未來研究方面由於每一個主概念所涵蓋的子概念是多元的，就如同分數的概念，希望未來的研究者可根據分數其它的模式設計不同的教學活動，提供給現職教師教學的題材。

參考文獻

- 卜思（1987）：分數的學習困難。科學教育月刊，**100**，8-16。林碧珍（1990）：從圖形表徵與符號表徵之間的轉換探討國小學生的分數概念。新竹師院學報，**4**，295-347。
- 教育部（1975）：國民小學課程標準。臺北：正中書局。
- 教育部（1993）：國民小學課程標準。臺北：台捷國際文化。
- 教育部（編）（2001）：國民中小學九年一貫課程暫行綱要。臺北。
- 教育部（2003）：九年一貫數學學習領域課程綱要。教育部網站。

- 黃馨緯（1995）：國小高年級學童分數數線表示法瞭解之研究。國立台中師範學院初等教育研究所碩士論文。
- 楊壬孝（1988）：國中小學生分數概念的發展。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告（編號NSC78-0111-S003-06A）。執行單位：國立台灣師範大學數學系。
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R. & Silver, E. A. (1983). Rational-number concepts, In Lesh, R. & Landon, M. (Eds). *Acquisition of mathematics concepts and processes*, 92-126. London, England : Academic Press.
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R. & Wachsmuth, I. (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment. *Journal Research in Mathematics Education*, 15, 323-341.
- Behr, M. J. & Post, T. R. (1988). Teaching rational number and decimal concepts. In T. R. Post (Eds.) ,*Teaching mathematics in grade K-8*, 190-229. Boston, MA: Allyn and Bacon.
- Behr, M. J., Bright, G. W., & Post, T. R. (1988). Identifying fractions on number line. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 215-232.
- Dickon, L., Brown, M., & Gibson, O. (1984). *Children learning mathematics: A teacher's guide to recent research*. Oxford, Great Britain, England: Schools Council Publications.
- Kieren, T. E. (1976). Rational number on the number line. In L. Beatty, *Mathematics for the Elementary School, Grade 5: Teacher's Commentary, Part II*. Yale University. (ERIC Document Reproduction Service NO. ED 144 834)
- Kutz, R. E. (1991). *Teaching elementary mathematics*. Boston, MA : Allyn and Bacon.
- Larson, C. L. (1980). Locating proper fractions on number line: effect of length and equivalence. *School Science and Mathematics*, 80, 423-428.
- Larson, C. L. (1987). Region, number line and rulers as models for fractions. In J. C. Bergeron, N. Herscovics & C. Kieran, *Psychology of mathematics education PME-11*, 398-404. Montreal, Canada: Proceedings of the Eleventh International Conference.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *The Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA : Author.
- Post, T. R. (1981). Fractions : Results and implications from national assessment. *Arithmetics Teacher*, 28(9), 26-31.
- Vance, J. H. (1992). Understanding equivalence: A number by any other name. *School Science and Mathematics*, 92, 263-266.

A Study of Remedial Instruction of Number Line Model of Fractions in the Sixth Grade

I-Chuan Huang¹ Man-Li Liu²

¹ Shih Chuan Elementary School in Kaohsiung

² Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Pingtung University

Abstract

The purpose of this study was to aim directly at students, who had wrong thinking of the number line model of fractions, and to design remedial instruction activities for the number line model of fractions, and to investigate the process and effects of the remedial instruction activities. The 3 research subjects were selected from the sixth grade students of an elementary school in which the first researcher taught. Before the remedial instruction, the researcher used the pretest of number line model of fractions to the subjects, and interviewed students individually to know their wrong thinking. After the remedial instruction, the researcher used the posttest of number line model of fractions to these subjects, and interviewed students individually to understand if there were any changes on students' wrong thinking about the number line model of fractions and also recognize the effects of the remedial instruction. The major findings were summarized as the followings:

1. Before the remedial instruction, the 3 subjects had five wrong thinking of the number line model of fractions. First, they used the whole number line as the unit. Second, they were affected by the interval number in the unit on the number line. Third, they were affected by the number line of decimal. Fourth, they were affected by the value of numerator and denominator. Finally, they counted marks instead of intervals.
2. In the research, activities for the number line model of fractions included 4 units. At the process of the remedial instruction activities, the researcher used many methods to correct students' wrong thinking.
3. After the remedial instruction, the original wrong thinking of the 3 subjects was improved obviously, and we found the scores of the posttest were significantly higher than that of the pretest. It was obvious that the remedial instruction had a great deal of effects.

Key words : fraction, number line model, the sixth grade, remedial instruction